

## Modelo depredador-presa generalizado y su aplicación en juegos cooperativos en call centers

### Generalized predator-prey model and its application in cooperative games in call centers

Edward Jiménez y Ramiro Estrella

Recepción: 22/02/2021 Aceptación: 03/06/2021 Publicación: 20/07/2021

**Abstract** The Predator-Prey (Collection Agent-Debtor) model is defined for two players. However, from the perspective of Game Theory, it can be generalized to  $N$ -players, here strategic allies appear, with totally different behaviors. Where for three players: the variables  $0 \leq x(t) \leq 1$ ,  $0 \leq y(t) \leq 1$ ,  $0 \leq z(t) \leq 1$  will go on to represent probabilities, and will converge to unity in cooperative equilibrium, in an optimal time totally different from the infinite value as follows:  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} x(t) = 1$ ,  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} y(t) = 1$ ,  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} z(t) = 1$ . Using the information from a call center transformed into text in order to find the behavior patterns of debtors and collection agents, we obtain competitive and cooperative equilibria. In summary, we technically demonstrate that human intelligence does not need infinite time to find the optimum between debtors and agents, represented by tranquility and the cessation of conflict (debtor-collection agent balance). Finally, it is always possible to find a solution to a debt dispute. Furthermore, from the perspective of banks, cooperatives and collection companies, we have achieved their objective by achieving cooperative behavior from debtors in the face of unresolved conflicts that had legal outcomes, with lawsuits and coercive measures.

**Keywords** call centers, collection agent-debtor, Nash equilibrium, Predator-prey.

**Resumen** El modelo Depredador-Presa (Agente cobranzas-Deudor), está definido para dos jugadores. Sin embargo, desde la perspectiva de la Teoría de Juegos se lo puede generalizar a  $N$ -jugadores, aquí aparecen aliados estratégicos, con comportamientos totalmente diferentes. Donde para tres jugadores: las variables  $0 \leq x(t) \leq 1$ ,  $0 \leq y(t) \leq 1$ ,  $0 \leq z(t) \leq 1$  pasarán a representar probabilidades, y conver-

---

Edward Jiménez Calderón, Ph.D.

Director de Posgrado, Universidad Central del Ecuador, UCE, Ingeniería Química, Quito, Ecuador,  
e-mail: ehjimenez@uce.edu.ec,  <https://orcid.org/0000-0001-5793-7441>

Ramiro Estrella Carrera, M.Sc.

Gerente-Propietario, SICCEC CIA. LTDA., Av. 10 de Agosto N34-583 e Isabel Tobar, 170602  
Quito, Ecuador, e-mail: restrella@siccec.com.ec,  <https://orcid.org/0000-0002-7640-4322>

gerán a la unidad en el equilibrio cooperativo, en un tiempo óptimo totalmente diferente al valor infinito como sigue:  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} x(t) = 1$ ,  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} y(t) = 1$ ,  $\lim_{t \rightarrow t^* \ll \infty} z(t) = 1$ . Utilizando la información de un call center transformada a texto para poder encontrar los patrones de comportamiento de los deudores y de los agentes de cobranzas, obtenemos los equilibrios competitivos y cooperativos. En síntesis, técnicamente demostramos, que la inteligencia humana no necesita tiempo infinito para encontrar el óptimo entre deudores y agentes, representado por la tranquilidad y el cese de conflicto (equilibrio deudor-agente de cobranzas). Finalmente, siempre es posible encontrar una solución a un conflicto por deudas. Mas aún, desde la perspectiva de los bancos, cooperativas y empresas de cobranza hemos cumplido su objetivo al lograr comportamientos cooperativos de los deudores frente a conflictos no resueltos que tenían desenlaces legales, con juicios y coactivas.

**Palabras Claves** agente de cobranza-deudor, call centers, Depredador-presa, equilibrio de Nash.

## 1 Introducción

Las modernas empresas de cobranza y sus call center han comenzado a adaptarse a las necesidades de calidad y eficiencia de las tecnologías de la información inteligentes, en cada una de sus complejas interacciones con los clientes como consecuencia de la situación actual de Covid-19 (Hernández-Mena, Meza-Ruiz, y Herrera-Camacho, 2017; Bar-Yam, 1997; Boccara, 2004). Por otro lado, el comercio electrónico se ha desarrollado enormemente con ventas estratégicas en línea y soporte de centro de llamadas (Aumann, 1987; Hammerstein, 2003; Jiménez, 2003). Además, se requiere con urgencia evaluar la calidad de las llamadas a los clientes, especialmente cuantificando las palabras empáticas, asertivas y cooperativas que tienen mejores resultados y aumentan los acuerdos de pago (Meyer, 1995; Myerson, 1991). Mientras que, las palabras no cooperativas son la causa de desacuerdos entre el deudor y el agente de cobranza. Finalmente, la definición de corpus de cobros cooperativos son las herramientas fundamentales que impactan en la eficiencia operativa de los call center, que cuentan con redes neuronales artificiales implementadas para transformar voz en texto (Brauer y Castillo-Chavez, 2000; Strogatz, 1994).

Para determinar las mejores plataformas de desarrollo y / o aplicaciones de redes neuronales que transforman el habla en texto, se requirió un análisis cuantitativo del estado del arte; elección de Kaldi para el desarrollo porque es una de las 7 mejores soluciones de software de reconocimiento de voz gratuitas y de código abierto: Simon, Kaldi, CMUSphinx, Mozilla Julius, Dictation Bridge y Mycroft.

En la selección de una red neuronal que funciona adecuadamente con el idioma español, la elegida fue Dragon.

En la elección del software que permite implementar la teoría de juegos cooperativos, se verificó que no existen desarrollos adecuados en la web, por lo que se implementó localmente (Jiménez, 2003; Brauer y Castillo-Chavez, 2000).

Los sistemas dinámicos y la teoría de juegos han tenido grandes desarrollos en la aplicación de redes neuronales artificiales, sistemas expertos y toma de decisiones en entornos inciertos como deportes, juegos de azar y sistemas complejos. Sin embargo, en la industria de los centros de llamadas se reportan pocos ejemplos directos de aumento de la eficiencia operativa con la teoría de juegos (Kuang, Ben-Arieh, Chih-Hang, y Zhao, 2018; Stöckl, Plück, y Lames, 2017; Pollok, Klöckner, y Zimmer, 2019).

En el día a día de los centros automáticos de cobranza existen problemas operativos y estratégicos identificados técnicamente, los cuales motivaron de manera urgente la realización de esta investigación aplicada. 1.- A nivel operativo se automatizó la transformación de voz a texto, utilizando plataformas comerciales y desarrollos propios. 2.- A nivel estratégico, se introdujo herramientas de la teoría de juegos cooperativos para completar la dinámica descrita por el modelo depredador-presa, que es esencialmente orientada al conflicto explícito (Wikipedia, La enciclopedia libre, 2021; ASTM International, 2000).

Desde la perspectiva teórica, este trabajo demuestra como los sistemas dinámicos y las redes neuronales artificiales son una herramienta que permite el incremento de la eficiencia logística y operativa en una empresa de cobranzas y call center. La teoría de juegos se complementa con los sistemas dinámicos en la determinación de los equilibrios cooperativos necesarios para poder recuperar cartera vencida, demostrando que es posible arribar a una solución real, sin necesidad de recurrir a los juicios. La teoría de juegos y los sistemas dinámicos han aportado grandemente a la metodología experimental en varias ciencias de la ingeniería de manera sistémica (ASTM International, 2016, 2019; Myerson, 2008; Legros y Cantillon, 2007; Milgrom, 2004).

## 2 Modelo

*En la naturaleza, la sociedad y el hombre se evidencian situaciones estratégicas competitivas y situaciones estratégicas cooperativas. Las cuales son explicadas por la Teoría de Juegos Clásica o la Cuántica. La Teoría de Juegos Clásica está representada por el equilibrio de Nash. Mientras que la Teoría de Juegos Cuántica está determinada por la Mínima Entropía.*

El equilibrio de Nash en estrategia mixta, permite encontrar matemáticamente el punto fijo que implementa el PRINCIPIO DE INDIFERENCIA, el cual es difícil encontrar para más de dos jugadores.

Si no es posible el cálculo de equilibrio de Nash, entonces se puede utilizar el método de la mínima entropía, propuesto por Jiménez (2003) en “Quantum Games: Mixed Strategy Nash’s Equilibrium Represents Minimum Entropy”. Este método puede expresarse como  $Min_{\mathbf{p}}(\sum_k H_k(\mathbf{p}))$ , donde  $\sigma_k^2(\mathbf{p}^*)$  es la desviación estándar y  $H_k(\mathbf{p}^*)$  es la entropía de cada jugador  $k$ .

$$\begin{aligned} \sigma_k^2(\mathbf{p}^*) &\leq \sigma_k^2((\mathbf{p}^k)^*, \mathbf{p}^{(-k)}) \\ &\quad \text{O} \\ H_k(\mathbf{p}^*) &\leq H_k((\mathbf{p}^k)^*, \mathbf{p}^{(-k)}) \end{aligned}$$

## 2.1 Modelo depredador-presa

*Mide la interacción estratégica del depredador y la presa a nivel de alimentos, energía o supervivencia.*

El modelo Lotka-Volterra hace una serie de supuestos necesarios para darle coherencia total a las ecuaciones diferenciales de la evolución del depredador y la presa (Wikipedia, La enciclopedia libre, 2021). En la analogía que se utiliza en este paper el depredador pasa a ser el equivalente estratégico de agente cobrador de deudas, mientras que el deudor es el equivalente estratégico de la presa, la cual debe ser encontrada por el agente para informarle de las sanciones debido a su morosidad. En este sentido y analogía los supuestos necesarios del modelo son:

- Los agentes de cobranzas son debidamente entrenados para contactar a los deudores de una manera cordial y empática.
- El suministro de cuentas por cobrar de los deudores depende completamente del tamaño de la población de deudores y de su familia.
- La población de deudores encuentra la posibilidad de financiar y refinanciar dinero en todo el sistema financiero nacional, en todo momento.
- La tasa de cambio de la población es proporcional a su tamaño y a su correlación. Un modelo simplificado, asume función directa del tamaño.
- Durante el proceso donde interactúan deudores y acreedores, el sistema financiero ecuatoriano no cambia a favor de una especie y la adaptación social y comercial es intrascendente. Pues se necesita, mucho tiempo para realizar cambios estructurales, que tengan implicaciones macroeconómicas (Strogatz, 1994).
- Los agentes cobradores tienen un apetito ilimitado, pues su eficiencia está en función de las notificaciones a los deudores.

El modelo Lotka-Volterra, analiza de manera dinámica el comportamiento de variables asociadas a los depredadores y a las presas tales como: número de actores del sistema financiero ecuatoriano, cantidad de productos financieros en el mercado, deudas heredadas o con desgravamen.

De manera creativa se han realizado aplicaciones en medición de la concentración de elementos de una reacción química, en catálisis petrolera, etc.

### 2.1.1 Presa

En un mundo racional y lógico no podría ponerse una equivalencia entre presa y deudor, sin embargo, los comportamientos sociales son similares en su interacción deudor-agente de cobranza.

El modelo asume que las presas son una fuente ilimitada de liquidez y de productos financieros y crecen exponencialmente en una economía dolarizada, como la ecuatoriana, ver similitud de referencias en Strogatz (1994); Wikipedia, La enciclopedia libre (2021). Esta evolución exponencial está representada en la ecuación (1), y específicamente por el término  $\alpha x$ . Lo más relevante, es que se asume que la tasa de depredación de los deudores es proporcional a la tasa a la que los agentes de cobranza interactúan como un juego no cooperativo (depredadores y la presa). Esto puede explicarse por el término  $\beta xy$ . Si en un tiempo determinado es cero, entonces la depredación se eliminaría.

$$\frac{dx}{dt} = \alpha x - \beta xy \quad (1)$$

### 2.1.2 Depredador

El agente de cobranza, tiene una similitud al depredador por las siguientes razones: debe ubicarle al deudor en el lugar donde viva, trabaje o desarrolle sus actividades, debe notificarle el monto de sus deudas y proponerle alternativas de solución.

La ecuación del agente de cobranzas y su analogía con el depredador tiene la forma:

$$\frac{dy}{dt} = \delta xy - \gamma y \quad (2)$$

En esta ecuación,  $\delta xy$  representa el crecimiento de la población de los agentes de cobranza. El término  $\gamma y$  representa la tasa de pérdida de los depredadores debido a cambio de empleo, inmigración o emigración, lo que conduce a una disminución exponencial en ausencia de deudores. Ver ecuaciones (1) y (2) en Strogatz (1994); Wikipedia, La enciclopedia libre (2021).

Dividiendo la ecuación (1) para la ecuación (2) eliminamos el tiempo y podemos encontrar una constante dinámica o de la relación estratégica, que utilizando teoría de juegos la denominaremos utilidad del sistema  $K$ .

Esta constante es la más importante, pues permite modelar juegos cooperativos como medida de los acuerdos tácitos o explícitos entre deudores y acreedores.

$$\frac{\frac{dx}{dt}}{\frac{dy}{dt}} = \frac{\alpha x - \beta xy}{\delta xy - \gamma y} \quad (3)$$

$$(\delta xy - \gamma y) dx = (\alpha x - \beta xy) dy \quad (4)$$

Podemos integrar la ecuación (4), separando las variables en  $x, y$ .

$$\int \frac{1}{x} (\delta x - \gamma) dx + \int \frac{1}{y} (\beta y - \alpha) dy \quad (5)$$

$$V = \delta x - \gamma \ln x + \beta y - \alpha \ln y$$

Para facilitar nuestro entendimiento recurrimos al siguiente reemplazo  $K = \ln V$  y obtenemos:

$$K = \frac{x^\gamma y^\alpha}{e^{\delta x + \beta y}} \quad (6)$$

La variable  $K$ , para el caso de dos jugadores  $x, y$  con respectivos pesos estratégicos de  $\alpha, \beta$  tiene la forma de una función de Arrow-Debreu  $K = y^\alpha x^\gamma$ , con la condición de concavidad  $\alpha + \gamma < 1$ .

## 2.2 Puntos de equilibrio y función de utilidad en dos dimensiones

Los puntos de equilibrio (puntos fijos) de las ecuaciones diferenciales (1) y (2) se obtienen cuando  $\frac{dx}{dt} = 0, \frac{dy}{dt} = 0$ . De esta manera se tienen los puntos  $(0, 0)$  y  $(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta})$ .

Encontrando el Hesiano de la función  $K = \frac{x^\gamma y^\alpha}{e^{\delta x + \beta y}}$ , con los puntos fijos  $(0, 0)$  y  $(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta})$  podemos concluir si son máximos o mínimos locales.

$$\begin{pmatrix} x^\gamma y^\alpha \frac{\delta^2}{e^{x\delta+y\beta}} - 2x^{\gamma-1} y^\alpha \gamma \frac{\delta}{e^{x\delta+y\beta}} & x^{\gamma-1} y^{\alpha-1} \alpha \frac{\gamma}{e^{x\delta+y\beta}} - x^{\gamma-1} y^\alpha \beta \frac{\gamma}{e^{x\delta+y\beta}} \\ + x^{\gamma-2} y^\alpha \frac{\gamma}{e^{x\delta+y\beta}} (\gamma - 1) & -x^\gamma y^{\alpha-1} \alpha \frac{\delta}{e^{x\delta+y\beta}} + x^\gamma y^\alpha \beta \frac{\delta}{e^{x\delta+y\beta}} \\ \\ x^{\gamma-1} y^{\alpha-1} \alpha \frac{\gamma}{e^{x\delta+y\beta}} - x^{\gamma-1} y^\alpha \beta \frac{\gamma}{e^{x\delta+y\beta}} & x^\gamma y^\alpha \frac{\beta^2}{e^{x\delta+y\beta}} - 2x^\gamma y^{\alpha-1} \alpha \frac{\beta}{e^{x\delta+y\beta}} \\ -x^\gamma y^{\alpha-1} \alpha \frac{\delta}{e^{x\delta+y\beta}} + x^\gamma y^\alpha \beta \frac{\delta}{e^{x\delta+y\beta}} & + x^\gamma y^{\alpha-2} \frac{\alpha}{e^{x\delta+y\beta}} (\alpha - 1) \end{pmatrix}$$

Para el punto fijo  $(0, 0)$  se tiene la matriz  $2 \times 2$  con valores 0, que no aportan nada al análisis. Y el valor de la función de utilidad es también nulo.

Para el punto fijo  $(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta})$  se obtiene un máximo local, pues los valores de los valores propios son negativos, y también es semidefinida negativa la matriz del hesiano.

El hesiano de  $K$ , en el punto  $(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta})$  tiene la forma:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{\gamma} \delta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\alpha} \beta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma \end{pmatrix}$$

Los valores propios de esta matriz son los dos negativos:  $-\frac{1}{\alpha} \beta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma$ ,  $-\frac{1}{\gamma} \delta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma$

El matriz del hesiano es semidefinida negativa, que implica un máximo local.

$$(1, 1) \begin{pmatrix} -\frac{1}{\gamma} \delta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\alpha} \beta^2 e^{-\alpha-\gamma} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ = -\frac{1}{\alpha\gamma} e^{-\alpha-\gamma} (\gamma\beta^2 + \alpha\delta^2) \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma$$

Finalmente, el valor de la función  $K = \frac{x^\gamma y^\alpha}{e^{\delta x + \beta y}}$  en el punto  $\left(\frac{\gamma}{\delta}, \frac{\alpha}{\beta}\right)$  tiene la forma:

$$K = \frac{1}{e^{\alpha+\gamma}} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^\alpha \left(\frac{\gamma}{\delta}\right)^\gamma$$

### 2.3 Puntos de equilibrio y función de utilidad en tres dimensiones

Los puntos de equilibrio (puntos fijos) de las ecuaciones diferenciales (1) y (2) se obtienen cuando  $\frac{dx}{dt} = 0$ ,  $\frac{dy}{dt} = 0$ ,  $\frac{dz}{dt} = 0$ . De esta manera se tienen los puntos fijos  $(0, 0, 0)$  y  $\left(\frac{a}{\alpha}, \frac{b}{\beta}, \frac{c}{\gamma}\right)$ .

Encontrando el Hesiano de la función  $K = \frac{x^\alpha y^\beta z^\gamma}{e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}}$ , con los puntos fijos  $(0, 0, 0)$  y  $\left(\frac{a}{\alpha}, \frac{b}{\beta}, \frac{c}{\gamma}\right)$  podemos concluir si son máximos o mínimos locales.

$$dK = \frac{x^{a-1} (a - x\alpha) y^b z^c}{e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}} dx + \frac{y^{b-1} (b - y\beta) x^a z^c}{e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}} dy + \frac{z^{c-1} (c - z\gamma) x^a y^b}{e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}} dz \quad (7)$$

$$\frac{dK}{K} = x^{-1} (a - x\alpha) dx + y^{-1} (b - y\beta) dy + z^{-1} (c - z\gamma) dz \quad (8)$$

$$\frac{dK}{K} = \left(\frac{a}{x} - \alpha\right) dx + \left(\frac{b}{y} - \beta\right) dy + \left(\frac{c}{z} - \gamma\right) dz \quad (9)$$

De manera que los puntos de equilibrio se obtienen cuando  $dK = 0$ . Dándonos  $(0, 0, 0)$  y  $\left(\frac{a}{\alpha}, \frac{b}{\beta}, \frac{c}{\gamma}\right)$ .

Falta por analizar los valores propios del hesiano para el punto fijo  $\left(x = \frac{a}{\alpha}, y = \frac{b}{\beta}, z = \frac{c}{\gamma}\right)$ .

El hesiano de la función  $\frac{x^\alpha y^\beta z^\gamma}{e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}}$ , es:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{\alpha} \alpha^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\beta} \beta^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\gamma} \gamma^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c \end{pmatrix}$$

Los valores propios son todos negativos, lo que implica un máximo local.

$$\lambda_1 = -\frac{1}{a}\alpha^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c \quad (10)$$

$$\lambda_2 = -\frac{1}{b}\beta^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c \quad (11)$$

$$\lambda_3 = -\frac{1}{c}\gamma^2 e^{-a-b-c} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c \quad (12)$$

La función  $K$  de valor máximo es:

$$K = \frac{1}{e^{a+b+c}} \left(\frac{a}{\alpha}\right)^a \left(\frac{b}{\beta}\right)^b \left(\frac{c}{\gamma}\right)^c \quad (13)$$

Para  $N$ -jugadores la ecuación 13 se generaliza de la siguiente manera.

$$K = \frac{x_1^{u_1} x_2^{u_2} x_3^{u_3} \dots x_n^{u_n}}{e^{\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3} \dots e^{\alpha_n x_n}} \quad (14)$$

### 3 Diseño experimental

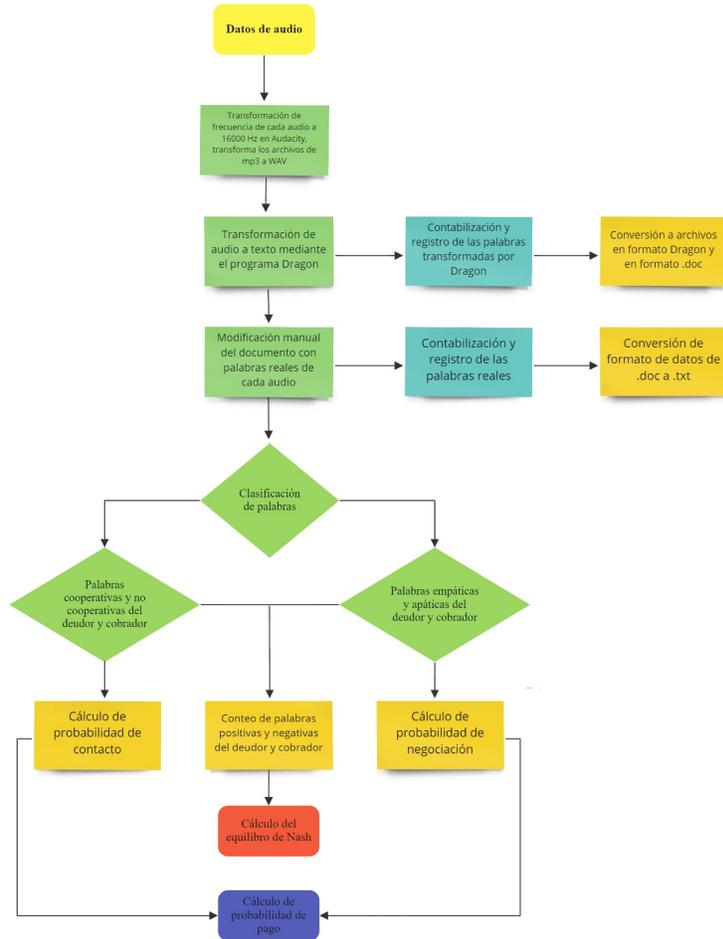
Hay necesidades del mercado de la cobranza que no se están satisfaciendo por falta de herramientas tecnológicas como la teoría de juegos y la inteligencia artificial, que satisfagan los requerimientos de los clientes a un costo razonable.

Por lo que es necesario entregar una solución integral a los procesos de recuperación de cartera, que agregue valor por su integración tecnológica a la cadena de procesos del cliente, a la innovación y a la mejora continua.

Las estrategias de diferenciación en los modernos call centers se enfocan en hacer un producto competitivo que los clientes perciban como diferente, al integrar varias plataformas y procesos tecnológicos en un solo producto que genera un alto valor percibido y diferenciado, como el esquema que se presenta en la Figura 1.

#### 3.1 Metodología experimental

La teoría de juegos estudia de manera formal y abstracta las decisiones óptimas que deben tomar diversos adversarios en conflicto, pudiendo definirse como el estudio de modelos matemáticos que describen el conflicto y la cooperación entre



**Figura 1:** Interacción cooperativa entre deudor y cobrador. En este diagrama de flujo, podemos ver el uso intensivo de herramientas de inteligencia artificial, aplicadas en una empresa de call center, que permiten incrementar la eficiencia operativa y la tasa de recuperación de deuda.

**Fuente:** Elaboración propia

entes inteligentes que toman decisiones óptimas, inclusive en ambientes totalmente agresivos y de desacuerdos, como el que se hace evidente en cobranzas.

En este sentido, ¿Cómo se puede lograr esquemas de cooperación si las llamadas de call center tienen una duración de aproximadamente 5 minutos, donde interactúan en tiempo real deudores y agentes de cobranza?

La respuesta simple es utilizando las palabras adecuadas y los momentos adecuados para expresar que el interés de los equipos de cobranza es encontrar una

solución viable para los deudores. En esta solución está explícito que los equipos de cobranza deben tener entrenamiento psicológico y comercial para llevar adelante un diálogo constructivo y empático, propio de la inteligencia emocional bien entrenada. Las personas que trabajan eficientemente en cobranzas deben pasar por varias pruebas y capacitación para cumplir con las expectativas empresariales e industriales de la multiplicidad de clientes (ASTM International, 2000, 2019; Legros y Cantillon, 2007).

Este grupo de personas altamente calificadas han identificado de manera empírica que es posible llegar a acuerdos cooperativos, y han propuesto la existencia de tiempos óptimos y de palabras que eliminan la posibilidad de un conflicto perenne, denominado corpus cooperativo.

La identificación del tiempo como variable estratégica y necesaria de esta investigación debe tener concordancia con los modelos matemáticos utilizados. De manera concreta diremos: La actividad de los departamentos de cobranza y call center tiene dos implicaciones teóricas directas, se trata de modelos evolutivos y estratégicos. Las alternativas metodológicas de solución son la teoría de juegos evolutivos y los modelos de depredador-presa.

La estructura metodológica del estudio será :

- Metodología corpus y su relación con inteligencia artificial.
- Entrenamiento de redes neuronales artificiales y entrenamiento de personal especializado de cobranzas.
- Procesamiento de información del call center de SICCEC.
- Modelización de las funciones de utilidad bajo el esquema de depredador-presa.
- Análisis de las funciones de utilidad bajo el esquema de teoría de juegos.

### ***3.2 Metodología corpus***

Durante el procesamiento del material de audio y texto, se utilizó el método analítico descriptivo para detallar las características de la comunicación mostrada en el material según el contexto en el que se desarrolla y la información personal de los interlocutores que se pudo extraer del análisis fonético, en los archivos de audio. Los parámetros lingüísticos que se utilizaron para hacer el corpus fueron los de las partes de la oración, con el fin de fragmentar los diálogos para que la red neuronal sea capaz de reconstruir las oraciones de acuerdo a las combinaciones de palabras según la gramática española utilizada en Ecuador. Para ello, intentamos limitar el tamaño del corpus a un máximo de seis palabras.

El estudio lingüístico se realizó con éxito en base a los preceptos y parámetros definidos en el protocolo de contacto de deudores en Ecuador. Esto nos permitió obtener un estudio de calidad desde el punto de vista lingüístico del material procesado. Sin embargo, la cantidad de material a procesar es grande y representó la mayor dificultad en el estudio.

Dado que la red neuronal requiere una gran cantidad de corpus procesado, se recomienda continuar con el estudio bajo los parámetros explicados e intentar obtener

una mayor cantidad de audios en los que interactúen personas de la Costa, Amazonia y Galápagos. Además debido a la variedad de interlocutores en los audios, se sugiere refinar la calidad de los audios en los que el sonido a veces está entrecortado o imperceptible debido al bajo volumen en los teléfonos de los operadores.

También se recomienda establecer protocolos con los operadores para que, durante la conversación, las dos personas no hablen al mismo tiempo ni hablen rápido. Finalmente, se aconseja contratar más personal para obtener un análisis lingüístico sin disminuir la calidad de las grabaciones, pero procesado en menor tiempo.

### **3.3 Entrenamiento**

Capacitación al personal operativo, en la transformación de voz a texto y en el manejo de la aplicación en Kaldi y Dragon.

1. Se realizó una capacitación presencial sobre el uso de la herramienta Kaldi para la etapa de traducción o decodificación de audios en textos y se intercambiaron ideas desde el punto de vista informático.
2. Verificación de fallas de proceso en el arranque del sistema operativo, en la máquina de voz a texto. Según reuniones, comunicación por mensajes y llamadas con el personal de SICCEC y el equipo del proyecto, se estableció el reinicio de la máquina con sus respectivos respaldos en carpetas en un disco externo y la reinstalación de los programas necesarios para el funcionamiento de Kaldi, de manera óptima.
3. Pruebas de compilación, ejecución y decodificación.
4. Reordenar el sistema de archivos en la máquina de voz a texto. Transmisión de información de investigación relativa a los siguientes ítems: información teórica investigada, información sobre el software utilizado y creado, información sobre datos de audio, textos, corpus, etc. Se utilizaron ejemplos externos y propios creados con los datos proporcionados por la empresa SICCEC, de forma cifrada, para garantizar la seguridad de la información.

## **4 Resultados**

Los modelos de equilibrio cooperativo en los centros de llamadas modernos se han aplicado en los siguientes segmentos de clientes:

- Bancos medianos y pequeños.
- Cooperativas de gran segmento.
- Cooperativas de segmento medio.
- Instituciones microfinancieras.
- Pequeñas empresas de cobranza.
- Casas comerciales medianas y pequeñas.

- Compañías de seguros pequeñas y medianas.

La aplicación de los modelos de juegos cooperativos en los bancos, cooperativas, casas comerciales e instituciones de microfinanzas tienen las siguientes orientaciones:

- Automatización de sus controles de calidad frente a la eficiencia de sus agentes. Por cuanto, las redes neuronales pueden trabajar día y noche sin bajar el nivel de eficiencia.

**Tabla 1:** Datos del centro de llamadas, código de llamada y probabilidades de cooperación  $x(t)$ ,  $y(t)$ . La probabilidad  $x(t)$  que implica un acuerdo de pago del deudor. Las interacciones estratégicas surgen cuando los agentes de cobranza muestran empatía con los deudores a través de palabras y frases cooperativas, medidas con probabilidad  $y(t)$  tales como: “Señor Deudor podemos llegar a un acuerdo adecuado a sus intereses, de tal manera que refinancie sus cuotas”. “Hola”, “buenos días”, “un excelente día”, “querido señor”, “gusto en saludarlo”, etc.

N° Grupo	Duración	Código	¿Se llegó a un acuerdo?	SICCEC Cooperación	No Cooperación P.	Deudor Cooperación Q.	No Cooperación Q.	x	y	z
3	1:26:00	out 0960809723 983 20200603 153653 1591216613.38619	NO	4	13	0	0	0,24	0,00	0,00
3	1:39:00	out 0962859862 983 20200609 121840 1591723120.109355	NO	24	0	0	0	1,00	0,00	0,00
4	1:20:00	out 0978986665 983 20200630 181233 1593558753.452563	NO	38	0	0	0	1,00	0,00	0,00
4	2:49:00	out 0967966876 961 20200608 112006 1591633206.87749	NO	19	0	0	2	1,00	0,00	0,00
4	1:39:00	out 0967551985 983 20200624 152856 1593030536.363546	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
6	1:21:00	out 0984809530 973 20200604 130028 1591293628.51622	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
6	3:59:00	out 0985603604 962 20200611 162017 1591910417.161026	NO	14	18	0	5	0,44	0,00	0,00
6	1:15:00	out 0985848035 962 20200625 112840 1593102520.375744	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
8	1:17:00	out 0990707335 983 20200619 122808 1592587688.284849	NO	36	0	0	0	1,00	0,00	0,00
10	1:47:00	out 0994533991 962 20200625 124448 1593107088. 378995	NO	3	0	0	0	1,00	0,00	0,00
10	1:58:00	out 0994859957 962 20200630 100008 1593529208.438058	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
10	1:13:00	out 0996829521 973 20200615 094723 1592232443.191804	NO	6	0	0	0	1,00	0,00	0,00
11	1:18:00	out 0997745466 800 20200619 084420 1592574260.276083	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
11	1:34:00	out 0998170238 983 20200623 125806 1592935086.337781	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
11	1:18:00	out 0998549707 817 20200629 134709 1593456429.426790	NO	0	0	0	0	0,00	0,00	0,00
8	2:55:00	out 0991590706 978 20200612 120850 1591981730.173238	SI	76	0	0	0	1,00	0,00	0,00
3	1:25:00	out 0939396996 972 20200626 084848 1593179328.390769	NO	2	28	1	22	0,07	0,04	0,08
6	3:31:00	out 0984408765 982 20200601 105807 1591027087.3108	NO	174	94	8	335	0,65	0,02	0,24
9	1:28:00	out 0993157214 983 20200619 131501 1592590501.286777	NO	16	28	1	21	0,36	0,05	0,22
3	1:20:00	out 0962878965 992 20200624 171205 1593036725.367305	NO	5	23	9	37	0,18	0,20	0,17
8	1:29:00	out 0989933620 965 20200611 155352 1591908832.159808	SI	2	7	1	5	0,22	0,17	0,19
8	3:09:00	out 0989206582 804 20200608 090954 1591625394.83328	SI	2	15	5	5	0,12	0,50	0,14
10	4:01:00	out 0996422437 995 20200608 171347 1591654427.98694	NO	5	23	8	14	0,18	0,36	0,18
10	2:04:00	out 0997654184 998 20200616 162259 1592342579.229060	SI	11	4	1	8	0,73	0,11	0,29
2	3:41:00	out 045125375 961 20200605 082725 1591363645.61231	NO	25	48	56	188	0,34	0,23	0,25
6	1:24:00	out 0982116328 991 20200618 114819 1592498899.262099	NO	29	0	2	18	1,00	0,10	0,28

Fuente: Elaboración propia

- Ventajas competitivas y personalización de productos tecnológicos existentes en el mercado internacional, pero sin ninguna personalización ni adaptación al Ecuador.

- La Tabla 1 es el mejor ejemplo de reducción de la información y manejo de variables estratégicas en lo que a datos sensibles se refiere.

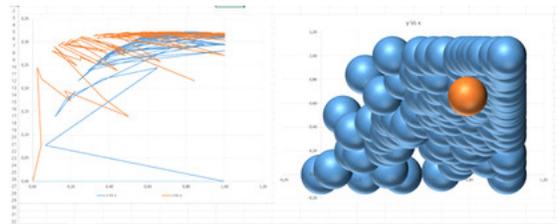
Se ha cumplido el principal objetivo de esta investigación, que es demostrar el arribo a equilibrios cooperativos en ambientes de cobranzas, de naturaleza conflictivos y que son explicados muy bien por la analogía depredador-presa. El avance teórico implica que existe un tiempo óptimo para lograr estos equilibrios y que además la empatía y asertividad juegan un papel fundamental (Figura 2).

#### 4.1 Experimentación en call center

La Tabla 1 fue obtenida de procesar 1000 clientes, en call center y obtener equilibrios cooperativos. Se puede ver la totalidad de datos del call center, el código de llamada para establecer el acuerdo y finalmente el registro de la cooperación estratégica.

#### 4.2 Cálculo de parámetros de la utilidad cooperativa ( $a, b, \alpha, \beta$ )

Los valores de la probabilidad  $x, y$  están graficadas  $z = f(y)$ ,  $z = g(x)$  y en el segundo gráfico  $(x, y)$  (Figura 2). Esta figura es la representación de los valores obtenidos de 1000 llamadas (formato .wav) y procesadas en una red neuronal para descubrir los patrones de comportamiento de deudores en un archivo.



**Figura 2:** Probabilidades dinámicas de la cooperación del deudor  $x(y)$  y del acreedor  $y(t)$ .

**Fuente:** Elaboración propia

El atractor representado por un equilibrio competitivo en los valores medios ( $\bar{x} = 0,79$ ,  $\bar{y} = 0,66$ ), está en color naranja mientras que la convergencia al equilibrio cooperativo se obtiene en un tiempo totalmente diferente al infinito  $t \rightarrow t^* \ll \infty$ , pues estamos en acciones óptimas y humanas de cooperación en los puntos ( $x = 1, y = 1$ ). La inteligencia humana no necesita el infinito, para encontrar el óptimo y la felicidad.

La función de utilidad es la siguiente:

$$z = \frac{x^a y^b}{e^{\alpha x + \beta y}} \quad (15)$$

Donde, conocemos los valores del atractor de  $x, y$ . Dados por los valores promedios  $\bar{x} = 0,79, \bar{y} = 0,66$ .

$$\begin{aligned} 0,79 &= \frac{a}{\alpha}, 0,66 = \frac{b}{\beta} \\ a + b &= 0,9 \end{aligned}$$

Por facilidad  $\alpha = 1$ .

$$\begin{aligned} 0,79 &= a \\ b &= 0,9 - 0,79 = 0,11 \\ \beta &= \frac{0,11}{0,66} = 0,16667 \end{aligned}$$

Con lo que la función de utilidad nos da:

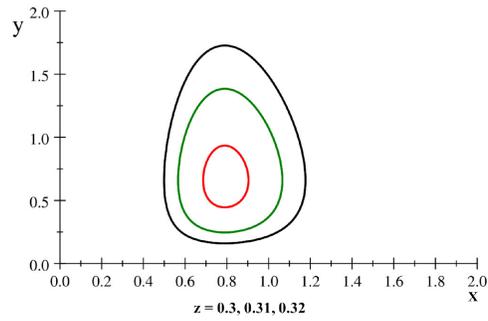
$$z = \frac{x^{0,79} y^{0,11}}{e^{x+0,16667y}} \quad (16)$$

### 4.3 Gráfico de las funciones de utilidad y del punto de equilibrio competitivo

Gráfico de la función de utilidad sistémica  $K = \frac{x^a y^b}{e^{\alpha x + \beta y}}$  en dos dimensiones, con el punto de equilibrio  $\left(\frac{a}{\alpha}, \frac{b}{\beta}\right)$  (Figura 3).

Utilizaremos los parámetros obtenidos de la interacción estratégica real deudor-agente de cobranza.

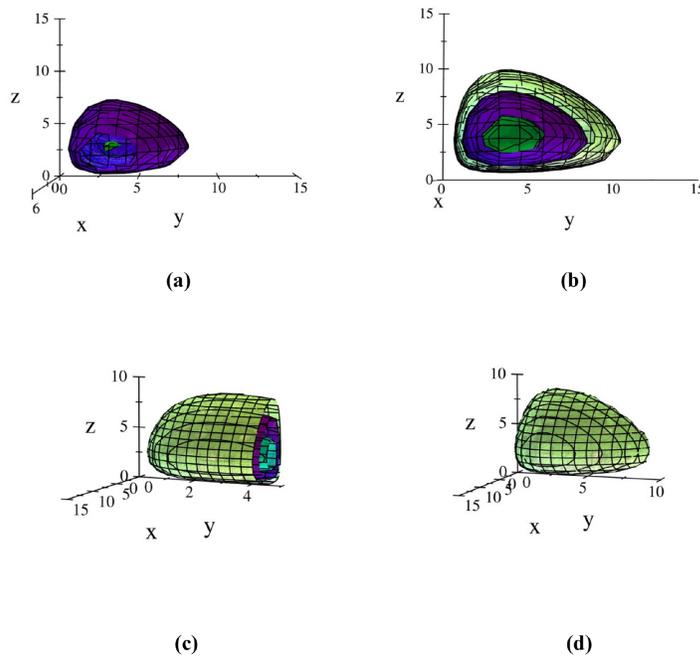
$$\begin{aligned} K &= z, x^{0,79} y^{0,11} = z e^{x+0,16667y} \\ \text{rojo} &: x^{0,79} y^{0,11} = 0,32 e^{x+0,16667y} \\ \text{negro} &: x^{0,79} y^{0,11} = 0,3 e^{x+0,16667y} \\ \text{verde} &: x^{0,79} y^{0,11} = 0,31 e^{x+0,16667y} \end{aligned}$$



**Figura 3:** Función  $K$  de acoplamiento entre deudores-agentes de cobranza.  
**Fuente:** Elaboración propia

#### 4.4 Gráfico de la función de utilidad sistémica en tres dimensiones

Utilizaremos parámetros recomendados para el gráfico  $a = 5/19$ ,  $\alpha = 1/10$ ,  $b = 7/19$ ,  $\beta = 1/10$ ,  $c = 6/19$ ,  $\gamma = 1/10$  (Figura 4).



**Figura 4:** Función de utilidad sistémica en tres dimensiones.  
**Fuente:** Elaboración propia

Con lo que el punto fijo es:  $(\frac{a}{\alpha}, \frac{b}{\beta}, \frac{c}{\gamma}) = (2,6316, 3,6842, 3,1579)$ .  
 $(x - 2,6316)^2 + (y - 3,6842)^2 + (z - 3,1579)^2 = 1$

$$K = 1, x^a y^b z^c = e^{\alpha x + \beta y + \gamma z}$$

$$K = 0,9, x^a y^b z^c = 0,9 e^{\delta x + \beta y}$$

$$K = 1,1, x^a y^b z^c = 1,1 e^{\delta x + \beta y}$$

$$x^{\frac{5}{19}} y^{\frac{7}{19}} z^{\frac{6}{19}} = e^{x/10 + y/10 + z/10}$$

## 5 Conclusiones

1. Siempre es posible llegar a acuerdos en un proceso de cobranza. Al establecer un juego cooperativo, su objetivo es que ambas partes busquen el equilibrio del juego (cobrador-deudor), es decir que ambas partes se beneficien mediante la resolución del conflicto. Si ambas cooperan, este equilibrio se alcanzará más rápida y eficientemente. De lo contrario, cuando alguna de las partes se opone, no colabora o está insatisfecha, entonces el conflicto se perpetúa. Representado por las ecuaciones:  $\lim x(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ , y  $\lim y(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . El proceso de cooperación, por el contrario, muestra que el conflicto tiene resolución y se puede implementar en la vida real de cobranzas, a través de recursos crediticios. Además, la efectividad del método radica en resolver la deuda de manera oportuna mediante el pago directo o parcial, donde los registros de crédito confirman el pago. Matemáticamente esto se explica  $\lim x(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow t^* \ll \infty$ , y  $\lim y(t) \rightarrow 1$  cuando  $t \rightarrow t^* \ll \infty$ .
2. ¿Cómo entender que el modelo depredador-presa, basado íntegramente en una interacción competitiva, pueda explicar la convergencia a un equilibrio cooperativo?. Es simple, la competencia pura tiene el clásico equilibrio de sistemas dinámicos insertados en las soluciones de las ecuaciones diferenciales depredador-presa, mientras que la realidad converge hacia un equilibrio de costos con mínima pérdida, propio de la competencia pura y el conflicto. La frontera entre conflicto y cooperación es mínima, por ello es necesario redefinir los protocolos de los call center para la interacción deudor-cobrador.
3. En la naturaleza, la sociedad y el hombre, se evidencian situaciones estratégicas competitivas, que pueden convertirse en situaciones estratégicas cooperativas, cuando hay un beneficio explícito en cada una de las partes, es decir, un ganar-ganar. Las utilidades o beneficios, producto de la cooperación, son explicadas por la teoría de juegos clásica o cuántica. La teoría de juegos clásica está representada por el equilibrio de Nash. Mientras que la teoría cuántica de juegos está determinada por la entropía mínima con  $x(t) \rightarrow 1$  e  $y(t) \rightarrow 1$ .

## 6 Bibliografía

### Referencias

- ASTM International. (2000). ASTM D-287: Standard Test Method for API Gravity of Crude Petroleum and Petroleum Products (Hydrometer Method). En *Annual book of standards*. Descargado de [https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD\\_REFERENCE/D287.htm](https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD_REFERENCE/D287.htm)
- ASTM International. (2016). ASTM D-4294: Standard Test Method for Sulfur in Petroleum and Petroleum Products by Energy Dispersive X-ray Fluorescence Spectrometry. En *Annual book of standards*. Descargado de [https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD\\_REFERENCE/D4294.htm](https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD_REFERENCE/D4294.htm)
- ASTM International. (2019). ASTM D-88: Standard Test Method for Saybolt Viscosity. En *Annual book of standards*. Descargado de [https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD\\_REFERENCE/D88.htm](https://www.astm.org/DATABASE.CART/STD_REFERENCE/D88.htm)
- Aumann, R. J. (1987). Correlated Equilibria as an Expression of Bayesian Rationality. *Econometrica*, 55, 1-18.
- Bar-Yam, Y. (1997). *Dynamics of Complex Systems*. Massachusetts: Addison-Wesley, Reading.
- Boccaro, N. (2004). *Modeling Complex Systems*. Heidelberg: Springer-Verlag.
- Brauer, F., y Castillo-Chavez, C. (2000). *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. Springer-Verlag.
- Hammerstein, P. (2003). *Genetic and cultural evolution of cooperation*. MIT Press.
- Hernández-Mena, C. D., Meza-Ruiz, I. V., y Herrera-Camacho, J. A. (2017). Original Automatic speech recognizers for Mexican Spanish and its open resources. *Journal of Applied Research and Technology* 15.
- Jiménez, E. (2003). Quantum Games: Mixed Strategy Nash's Equilibrium Represents Minimum Entropy. *Entropy*, 5, 313-347.
- Kuang, Y., Ben-Arieh, D., Chih-Hang, W., y Zhao, S. (2018). Using spatial games to model dynamic evolutionary systems. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 24(3), 296-313. doi: 10.1080/13873954.2018.1437548
- Legros, P., y Cantillon, E. (2007). What is mechanism design and why does it matter for policy making? *VoxEU.org - Centre for Economic Policy Research*.

- Meyer, P. A. (1995). *Quantum Probability for Probabilists*. Berlin: Lecture Notes in Mathematics 1538. Springer-Verlag.
- Milgrom, P. (2004). *Putting Auction Theory to Work*. New York: Cambridge University Press.
- Myerson, R. (1991). *Game Theory Analysis of Conflict*. Massachusetts: Harvard University Press.
- Myerson, R. (2008). Mechanism Design. En *The New Palgrave Dictionary of Economics*. London: Palgrave Macmillan UK.
- Pollok, A., Klöckner, A., y Zimmer, D. (2019). Psychological aspects of equation-based modelling. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 25(2), 115-138. doi: 10.1080/13873954.2019.1594310
- Stöckl, M., Plück, D., y Lames, M. (2017). Modelling game sports as complex systems - application of recurrence analysis to golf and soccer. *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 23(4), 399-415. doi: 10.1080/13873954.2017.1336635
- Strogatz, S. H. (1994). *Nonlinear Dynamics and Chaos*. Perseus Books Publishing.
- Wikipedia, La enciclopedia libre. (2021). *Ecuaciones de Lotka-Volterra*:. Descargado de [https://es.xcv.wiki/wiki/Lotka%E2%80%93Volterra\\_equations](https://es.xcv.wiki/wiki/Lotka%E2%80%93Volterra_equations)