Matemática: Una publicación del FCNM– ESPOL
2017, Vol.15, No. 2 **Publicado: 2017-10-02**

PRINCIPIOS DE MECANICA NEWTONIANA PARTE QUINTA

PRINCIPLES OF NEWTONIAN MECHANICS PART FIVE

Sánchez Hernando[1]

Resumen: *Esta es la quinta parte de la monografía Principios de la Mecánica Newtoniana que el autor propone a los lectores como una visión sencilla y completa sobre el movimiento de partículas. Terminamos en esta sección el análisis energético del movimiento de una partícula y unos pocos casos especiales como son el movimiento de una partícula bajo la acción de fuerzas de impacto y la revisión de la necesidad de una nueva mecánica para los casos en que se presenten grandes velocidades en los objetos, esto es comparado con la velocidad de la luz. La parte matemática de esta propuesta involucra el cálculo diferencial y el cálculo integral*.

Palabras Claves. - Mecánica, Movimiento, Energía, Inercial, Fuerza Inercial.

Abstract: *This is the fifth part of the principles of Newtonian mechanics monograph the author proposes to readers as a simple and complete vision of the movement of particles. We ended up in this section the energy analysis of the motion of a particle and a few special cases such as the motion of a particle under the action of forces of impact and the review of the need for a new mechanism for cases that arise high speed objects, this is compared to the speed of light. The mathematical part of this proposal involves differential calculus and integral calculus.*

Keywords. - Mechanics, motion, energy, inertia, inertial force.

Recibido: Marzo 2017
Aceptado: Septiembre 2017

INTRODUCCION

En esta sección, en primer lugar, trataremos de explicar la matemática que usaremos en la descripción del movimiento, ahora que nos enfrentamos con temas energéticos. Sobre todo, si queremos descubrir cosas que se esconden en detalles pequeños como son en matemática los diferenciales.

Con el uso de esta nueva magnitud física, la energía, tendremos un método alternativo para describir el movimiento, espacialmente útil cuando la fuerza no es constante, ya que en estas condiciones la aceleración no es constante y no se pueden usar las ecuaciones clásicas de la cinemática.

La energía se manifiesta en los cuerpos cuando sufren cambios físicos, por ejemplo, al elevar un objeto, transportarlo, deformarlo o calentarlo. La energía está presente también en los cambios químicos, como al quemar un trozo de madera o en la descomposición de agua mediante la corriente eléctrica. La importancia de la energía es evidente, por ello la humanidad ha ido ingeniando inventos a lo largo de la historia para su utilización de forma eficiente.

Al mirar a nuestro alrededor se observa que las plantas crecen, los animales se trasladan y que las máquinas y herramientas realizan las más variadas tareas. Todas estas actividades tienen en común que precisan del concurso de la energía.

Para su desarrollo el hombre ha hecho uso de diversas formas de energía: fuego (energía química), velas y molinos (energía del viento o eólica), ruedas hidráulicas (energía del agua o hidráulica), carbón (energía química), petróleo (energía química), nuclear (energía nuclear), etc.

Llamaremos energía a esa propiedad asociada a los objetos y sustancias que se manifiesta en las transformaciones que ocurren en la naturaleza. Los cuerpos poseen energía en la medida de la capacidad de producir cambios sobre otros o sobre sí mismo.

7.2.5 Suma de diferenciales. – Con la finalidad de desarrollar las sumas que aparecen cuando necesitamos calcular las variaciones de la energía potencial presentaremos la matemática requerida.

La suma de cantidades muy pequeñas es conocida en el cálculo como la integral [3].

En el caso más sencillo tomaremos una función f(x) definida en todos los puntos de un intervalo (A, B) y Δx un pequeño incremento en este intervalo.

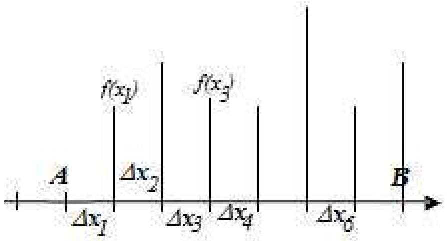
La suma entre A y B de los productos de f(x) tomada en un punto de un intervalo multiplicada por el ancho del intervalo, para todos los intervalos tomados entre A y B, cuando los intervalos se los haga pequeños como diferenciales llamaremos la integral.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{A}^{B} f(x_i)\Delta x_i = \int_{A}^{B} f(x)dx \qquad (7.15)$$

Gráficamente está representado en graf. 7.5. La interpretación geométrica corresponde al grafico 7.6.

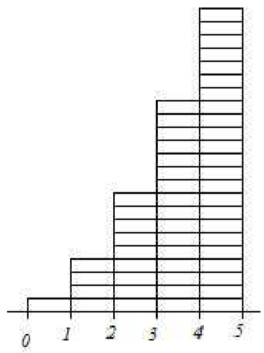
[1]*Sanchez Caicedo Hernando, M.Sc., Profesor de la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL); (e-mail: hsanchez@espol.edu.ec)*

Graf. 7.5
Suma en un intervalo



Cada producto $f(x_i)\Delta x_i$ representa el área de un rectángulo y la integral es la suma de las áreas de todos los rectángulos que se puedan graficar entre A y B.

Graf. 7.6
Suma con paso ancho.



$$S = f(x_1)\Delta x_1 + f(x_2)\Delta x_2 + \cdots \qquad (7.16)$$

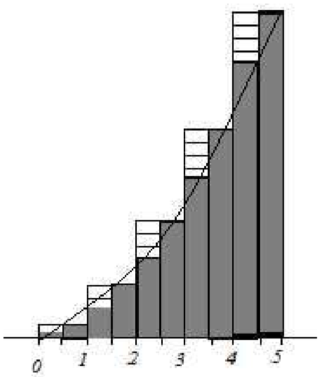
Hagámoslo esto prácticamente con una función $f(x) = x^2$ definida en el intervalo de x=0 a x=5. Si usamos $\Delta x = 1$ igual para todo el camino por comodidad del ejemplo, entonces la suma seria:

$$S = 1(1) + 4(1) + \cdots + 25(1) = 55$$

Si hacemos el ancho del intervalo más pequeño, por ejemplo $\Delta x = 0.5$ entonces la suma nos da un valor diferente:

$$S = 0.25(0.5) + 1(0.5) + \cdots + 25(0.5) = 48.125$$

Graf. 7.7
Suma con paso angosto



En realidad, lo que hemos calculado es la suma de áreas de rectángulos que mientras más pequeño es el ancho del intervalo más se acerca al área bajo la curva $y = x^2$.

Si hacemos los intervalos diferenciales, es decir muy pequeños, geométricamente obtendremos el área bajo la curva en forma exacta. Esta suma de rectángulos de ancho diferencial es lo que interpreta a nuestra definición de Integral:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_A^B f(x_i)\Delta x_i = \int_A^B f(x)dx \qquad (7.17)$$

Esta suma tiene algunas propiedades que usaremos más adelante: a) Si f(x) no depende de x, o lo que es mismo es una constante entonces la suma se tomaría fácilmente:

$$\sum_A^B C\Delta x_i = C\sum_A^B \Delta x_i = C(x_B - x_A) \qquad (7.18)$$

b) Si $f(x)dx = dg$ entonces la suma me da el resultado:

$$lim_{\Delta x \to 0} \sum_A^B f(x_i)\Delta x_i = lim_{\Delta g \to 0} \sum_A^B \Delta g_i = g(B) - g(A) \qquad (7.19)$$

Como podemos apreciar de la condición inicial, si se deriva la función g(x) se obtiene la función f(x), por lo que g(x) es la anti derivada de f(x). Esta relación es conocida como el Teorema fundamental del Cálculo [3]. En la expresión 7.13 para las fuerzas potenciales habíamos establecido que: $dU = -\vec{F}d\vec{r}$. Si estamos hablando de la fuerza gravitacional $U = -\frac{GMm}{r}$ para una masa m a una distancia r de otra masa M. La suma:

$$\int_A^B -G\frac{mM}{r^2}\vec{e}_r d\vec{r} = \int_A^B -dU = -U_B + U_A$$

c) Si $f(x) = Ag(x) + Bh(x)$ entonces la integral de f, usando la propiedad distributiva de la suma de números reales:

$$\int_A^B f(x)dx = A\int_A^B f(x)dx + B\int_A^B h(x)dx \qquad (7.20)$$

d) Si la línea sobre la cual se realiza la suma no es una línea recta también podemos establecer la integral. Necesitaremos que la función f este definida sobre la línea que deseamos utilizar. Para el caso de la Mecánica Clásica, esta línea podría ser la trayectoria de la partícula. Si llamamos P_i un punto dentro del intervalo de la trayectoria Δs_i y f(P) es una función una función definida en todos los puntos de la trayectoria entre dos puntos A y B entonces:

$$\lim_{\Delta s \to 0} \sum_{A}^{B} f(P_i)\Delta s_i = \int_{A}^{B} f(P) ds \qquad (7.21)$$

7.3 Energías de movimiento. – En este caso hablaremos de las transformaciones que se pudieran producir durante el movimiento relativo de cuerpos que interaccionen y que dependan de la manera como se mueve el cuerpo. Es decir, hablaremos de fuerzas que dependen de la velocidad y por lo tanto en la trayectoria pueden tomar valores diferentes en un mismo punto de la trayectoria dependiendo de cómo se realiza el movimiento. La intensidad de estas interacciones las mediremos con fuerzas que dependan de la velocidad $F(\vec{v})$ y la capacidad de producir cambios sobre el medio que rodea al cuerpo la mediremos con energías de movimiento.

7.3.1 Energía Cinética. - La relación entre la interacción mecánica y el movimiento fue analizada en el tema 5.4 a la luz de las leyes de Newton.

En la relación 5.5 anotábamos la correspondencia entre la fuerza neta y el cambio de la cantidad de movimiento del cuerpo. Tomando en cuenta la definición de velocidad $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ podemos obtener un diferencial de trayectoria parecido al de la expresión (7.19): $d\vec{r} = \vec{e}_r ds = \vec{v} dt$. Si hacemos el producto escalar:

$$\vec{F}_R \cdot d\vec{r} = F_R \cos(\varphi)\, ds$$

Se obtiene una función definida en la trayectoria multiplicada por una distancia ds en la trayectoria, lista para usarla en la expresión de la integral 7.21:

$$\int_{A}^{B} f(P) ds = \int_{A}^{B} F_R \cos(\varphi)\, ds \qquad (7.22)$$

Nótese que el ángulo φ es el ángulo entre la fuerza neta y la velocidad. Podemos usar la forma vectorial para escribir lo mismo:

$$\int_{A}^{B} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} \frac{d\vec{p}}{dt} \cdot d\vec{r} \qquad (7.23)$$

Aquí utilizamos la expresión para la II Ley de Newton. Pero si se introduce la definición de velocidad, esta expresión se simplifica:

$$\int_{A}^{B} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} \vec{v} \cdot d\vec{p} = \int_{A}^{B} d\left(\frac{p^2}{2m}\right) \qquad (7.24)$$

Aquí el miembro derecho de esta ecuación tiene la forma requerida para la propiedad b) de la integral (7.19). Por esto, para dos puntos cualesquiera de la trayectoria A y B y si procedemos a sumar los elementos de 7.22 tendríamos el siguiente resultado:

$$\int_{A}^{B} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} d\left(\frac{p^2}{2m}\right) = \\ = \frac{{p_B}^2}{2m} - \frac{{p_A}^2}{2m} \qquad (7.25)$$

En esta relación la parte de la derecha mide la variación de una cantidad que depende del movimiento y que usaremos como medida de la energía de movimiento para cuerpos macroscópicos. Esta cantidad se denomina Energía Cinética (K):

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2} m v^2 \qquad (7.26)$$

La parte izquierda de esta relación representa la suma de los productos de la fuerza neta por un diferencial de movimiento en todos los puntos de la trayectoria. Para comprender su significado imaginemos un objeto moviéndose bajo la acción de una fuerza potencial. Según la relación 7.13 el producto $\vec{F}_R \cdot d\vec{r}$ representa un cambio en la energía potencial que le corresponde a dicha fuerza.

Pero $\vec{F}_R = \sum \vec{F}_i$ es una suma de fuerzas que en 7.25 determinarían una suma de integrales:

$$\int_{A}^{B} \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_{A}^{B} \vec{F}_1 \cdot d\vec{r} + \int_{A}^{B} \vec{F}_2 \cdot d\vec{r} + \cdots \qquad (7.27)$$

Donde cada integral involucra una fuerza y un cambio en la energía correspondiente. De manera que, en 7.25 tendremos a la izquierda la suma de los cambios de energía (con signo cambiado) y a la derecha el cambio de energía cinética. Es por esto que la relación 7.25 lo que expresa es el principio de conservación de la energía. Esto lo analizaremos en detalle en lo posterior.

Cada una de las integrales en 7.27 se denomina Trabajo de la fuerza y lo representaremos con la letra W:

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} \qquad (7.28)$$

En el caso de que la fuerza corresponda a una energía potencial, según la definición 7.1 se podría usar la propiedad b) de la integración:

$$W = \int_A^B -\frac{dU}{d\vec{r}} \cdot d\vec{r} = -\int_A^B dU = U_A - U_B \quad (7.29)$$

Es decir, en el caso de fuerzas potenciales, el Trabajo no dependerá de la trayectoria, solo depende del inicio y del punto final. En cambio, si la fuerza no es potencial, es decir es una fuerza que depende del movimiento la integral 7.28 al tomarla vamos a obtener resultados diferentes dependiendo de la trayectoria. Como ejemplo imaginemos fuerzas que se resisten al movimiento como la fricción. Mientras más largo sea el camino mayor será el resultado de la integral, por lo que para trasladar al cuerpo entre dos puntos el trabajo será más grande si escogemos una trayectoria mayor entre esos puntos.

Como no sabemos qué tipo de fuerzas estarán actuando sobre un cuerpo, diremos que hay tanto fuerzas potenciales, como fuerzas no potenciales y en 7.25 tendremos la suma de los trabajos de todas estas fuerzas:

$$W_1{}^P + W_2{}^P + W_3{}^{NP} + W_4{}^{NP} = K_B - K_A \quad (7.30)$$

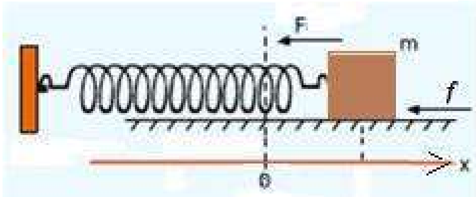
Para las fuerzas potenciales estos trabajos no dependen de la trayectoria y por lo tanto pueden expresarse con sus energías potenciales correspondientes: $W_1{}^P = -\Delta U_1$. Mientras que para fuerzas que dependan de la trayectoria en cada caso habría que evaluar la integral. La relación 7.30 toma una forma general, apropiada para la resolución de problemas:

$$\sum W_i{}^{NP} = \sum \Delta U_j + \Delta K = \Delta E \qquad (7.31)$$

Esta expresión, como antes indicáramos, refleja el principio de conservación de la energía y la llamaremos la **forma energética de la segunda ley de Newton para una partícula**.

En la expresión 7.31 hemos introducido le energía E que llamaremos energía mecánica del cuerpo y que representa la suma de la energía cinética más las energías de posición que posea el cuerpo.

Graf. 7.8
Ejemplo de energía.



$$E = \sum U_j + K \qquad (7.32)$$

7.3.2 Ejercicio de aplicación. – Veamos como analizar el movimiento de un bloque por una superficie horizontal, sometido a la fuerza elástica de un resorte y a la fuerza de fricción cinética.

La fuerza elástica se opone siempre a la deformación: $\vec{F} = -kx\vec{\imath}$ mientras que la fuerza de fricción cinética se opone a la velocidad: $\vec{f} = -\mu_K mg\vec{e}$ (el vector unitario $\vec{e}$ está en la dirección de la velocidad.

Además, las fuerzas peso y de presión están orientadas perpendicular al movimiento por lo que no influirán (la fuerza de presión se anula con el peso del cuerpo).

La fuerza resultante sobre el bloque es la suma de la fuerza elástica más la fuerza de fricción de manera que el trabajo de la fuerza resultante resulta ser la suma del trabajo de la fuerza de fricción más el trabajo de la fuerza elástica:

$$\int_A^B \vec{F}_R \cdot d\vec{r} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{r} \quad (7.33)$$

Sabemos que a la fuerza elástica le corresponde una energía potencial $U(x) = \frac{1}{2}kx^2$ y su trabajo depende del punto anterior y del punto posterior, mientras que a la fuerza de fricción le corresponde una energía de movimiento de manera que su trabajo habrá que calcularlo en la trayectoria:

$$\int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = U_A - U_B \qquad (7.34)$$

$$\int_A^B \vec{f}\cdot d\vec{r} = \int_A^B -\mu_K mg\vec{e}\cdot d\vec{r} = -\int_A^B \mu_K mgdx$$
$$= -\mu_K mg|x_B - x_A| \quad (7.35)$$

Como el vector unitario $\vec{e}$ está en dirección a la velocidad y $d\vec{r}$ también sigue la dirección de la velocidad este trabajo será siempre negativo sin importar hacia donde se mueva el bloque.

Por lo tanto, el balance de energías, según 7.31, para dos puntos cualquiera de la trayectoria del bloque nos da:

$$\frac{1}{2}kx_A{}^2 - \frac{1}{2}kx_B{}^2 - \mu_K mg|x_B - x_A|$$
$$= \frac{1}{2}mv_B{}^2 - \frac{1}{2}mv_A{}^2 \quad (7.36)$$

Con la relación 7.36 estamos preparados para contestar preguntas como la velocidad posterior conociendo la velocidad anterior o podríamos plantearnos preguntas relacionadas con la posición posterior del bloque para ciertos cambios de velocidad.

7.3.3 Conservación de la anergia. – La conservación de la energía es un principio básico en la Mecánica y en otras ciencias y establece que si consideramos a un cuerpo con todos los elementos con quien interacciona la suma de los cambios de energía que pudieren producirse siempre dará cero, debido a que si un cuerpo experimenta un incremento en su energía habrá otro interaccionando con este que disminuye su energía de manera que la energía total se mantenga constante.

En nuestro caso hemos apartado ciertos tipos de energía y les hemos llamado Energía Mecánica, que comprende la energía cinética del cuerpo y la suma de las energías de posición. El nombre que se le ha dado a estas energías es un poco arbitrario porque existen otros tipos de energías que tienen que ver con el movimiento de los cuerpos. Imaginemos un objeto impulsado por energía térmica, o un objeto que se mueva por efecto de la radiación.

En esta definición de Energía Mecánica podemos notar que, si sobre el cuerpo actúan fuerzas potenciales, la Energía Mecánica se conserva. Para muchos casos esto será una aproximación buena para resolver problemas planteados donde la influencia de las fuerzas no potenciales o también llamadas disipativas se puedan despreciar.

En el ejercicio planteado en la sección anterior pudimos haber planteado que el piso se considera liso y despreciar el trabajo de la fricción. En este caso la ecuación a resolver seria: $\Delta E = 0$.

8. MOVIMIENTO BAJO FUERZAS DE IMPACTO

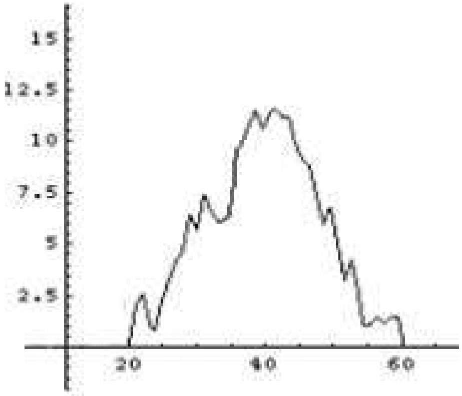
8.1 Definiciones previas. - Se presentan algunos casos donde el objeto en estudio está sometido a interacciones que cambian aleatoriamente y por lo tanto es difícil establecer un modelo para cuantificarlas tanto en la intensidad de la interacción como en su energía.

Vamos a llamar fuerzas de impacto a la intensidad de ciertas interacciones que cumplan las siguientes características: a) interacciones muy intensas, b) interacciones que duran poco tiempo y c) interacciones que varían aleatoriamente en el tiempo que actúan. Estas fuerzas, aunque tienen corta duración determinan el movimiento del cuerpo en el futuro.

Por ejemplo, el impacto de la pierna de un jugador de futbol sobre la pelota, el impacto del taco sobre la bola de billar.

Diremos que la interacción es muy fuerte porque es más intensa que las otras interacciones a las que está sometido el objeto en estudio durante el tiempo que dura el impacto. En el caso de la pelota de futbol la

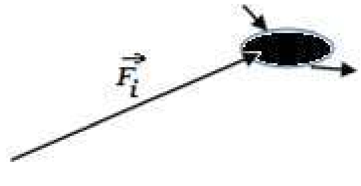
Graf. 8.1
Fuerza de impacto.



fuerza del pie es mucho más intensa que el peso de la pelota. Por esto, cuando estas fuerzas actúan generalmente las otras fuerzas pueden despreciarse.

El valor de estas fuerzas no se puede determinar. Una representación podemos apreciar en el graf. 8.1. Antes del impacto son nulas, luego crecen rápidamente de forma que no se puede medir porque no se puede repetir el valor de estas fuerzas. Muchas veces se suele promediarlas para obtener una aproximación un tanto vaga de estas fuerzas.

Graf. 8.2
Objeto bajo fuerza de impacto.



8.2 Segunda ley de Newton con fuerzas de impacto. – El objeto del grafico 8.2 siente varias fuerzas, y entre ellas sobresale la fuerza de impacto $\vec{F}_i$ que actúa un intervalo de tiempo muy corto Δt. La segunda ley de Newton se escribiría, despreciando las otras fuerzas:

$$\vec{F}_i = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad (8.1)$$

Pasemos el dt al primer miembro de esta ecuación y procedamos a integrar ambos miembros de 8.1 desde el tiempo t_0 cuando comienza a actuar la fuerza de impacto hasta $t_0 + \Delta t$ cuando deja de actuar la fuerza de impacto:

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{F}_i dt = \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} d\vec{p} \qquad (8.2)$$

El primer miembro de esta ecuación no se puede integrar debido a que no se puede conocer el valor de la fuerza de impacto, pero el segundo miembro fácilmente se integra usando la propiedad b de las integrales. El lado izquierdo se lo acostumbra denominar Impulso, por lo que 8.2 se escribiría después de la integración:

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \vec{F}_i dt = \vec{I} = \Delta\vec{p} \qquad (8.3)$$

El impulso es igual al cambio de la cantidad de movimiento del objeto durante el impacto.

Para fines prácticos es necesario evaluar el integral de la izquierda (Impulso), pero como no tenemos un valor de la fuerza solo podríamos usar un modelo que use una fuerza constante durante el tiempo que dure el impacto, pero que en el grafico 8.1 el área del grafico de la fuerza de impacto coincida con el área determinada por la fuerza constante, es decir de igual impulso. Esta fuerza la llamaremos fuerza promedio y solo actúa en el intervalo de tiempo Δt. De esta manera, usando la propiedad a de las integrales, la ecuación 8.3 tomaría la forma:

$$\vec{F}_{promedio}\Delta t = \Delta\vec{p} \qquad (8.4)$$

Como ejemplo analicemos el comportamiento de una pelota de golf cuando es impactada por el palo de golf.

Graf. 8.3
Pelota de golf

Si nuestro objeto de estudio es la pelota, siente una fuerza muy grande en un pequeño instante de tiempo que es la fuerza de impacto del palo de golf. Según la relación 8.3 el impulso del palo de golf es igual al cambio en la cantidad de movimiento de la pelota en el intervalo Δt. Antes del impacto la pelota estuvo en reposo $\vec{p} = 0$ entonces el impulso es igual a la cantidad de movimiento después del impacto:

$$\vec{I} = \vec{p}_B - \vec{p}_A = \vec{p}_B = m\vec{v}_B \qquad (8.5)$$

La velocidad después del impacto la calculamos sabiendo el alcance de la pelota, de manera que con este dato sabremos el impulso que sintió la pelota durante la pelota. Si quisiéramos estimar la fuerza de impacto, supongamos que el tiempo de contacto fue de $10^{-3} s$, es decir 1 ms, entonces de la relación 8.4 podríamos estimar una fuerza promedio:

$$\vec{F}_{promedio} = \frac{m\vec{v}_B}{\Delta t} \qquad (8.6)$$

9. MOVIMIENTO A ALTAS VELOCIDADES

9.1 Justificación de una nueva Mecánica. – Hasta ahora, y dentro de los límites de la Mecánica Clásica hemos manejado ciertas relaciones llamadas postulados en base a que han sido verificados experimentalmente dentro de la exactitud que puede darnos la instrumentación de la época. Pero está abierta la posibilidad que estos postulados no se verifiquen si la instrumentación se hace más exacta y de hecho con instrumentación experimental de alta precisión se ha demostrado que no son totalmente válidas. De ahí que el principio de la Relatividad de Galileo es un postulado valido actualmente siempre que los objetos se muevan a velocidades pequeñas comparadas con la velocidad de la luz y por lo tanto sirve hasta ahora en la ingeniería.

Las discrepancias observadas son más evidentes a velocidades cercanas a la velocidad de la luz [7].

En las observaciones de De Sitter (1913) se encontró que la luz tenía una velocidad independiente de la fuente. Se esperaba que la estrella cuando en su órbita se movía hacia la Tierra la luz emitida debería tener más velocidad que cuando se emite luz al alejarse de la Tierra. Y dada las distancias deberían llegar a la Tierra al mismo tiempo imágenes de diferentes posiciones. Esto permite postular la independencia de la velocidad de la luz de la velocidad de la fuente que la emite.

En el experimento de Michelson y Morley (1887) se hacen interferir rayos de luz que viajan perpendicularmente. Como el experimento se hacía sobre la Tierra, considerando su gran velocidad que tiene en su movimiento alrededor del Sol, debería producirse desfase entre estos rayos que dependían de la dirección de la luz con respecto a la dirección del movimiento de la Tierra. Estos desfasamientos no se pudieron notar, lo que permitió concluir que la velocidad de la luz tampoco depende del observador.

Entonces en la medida de la precisión de estos experimentos se puede postular que la velocidad de la luz en el vacío es constante y no depende del observador ni de la fuente.

En el experimento planteado por Fizeau (1860) se esperaba comprobar las transformaciones de Galileo para velocidades de luz en medios diferentes al vacío. Para esto se hizo pasar luz en líquidos como el agua, una vez en la dirección de movimiento del líquido y otra vez en contra del movimiento del líquido, de manera que según Galileo en un caso se sumaba la velocidad de la luz con la del líquido y en el otro caso se restaban estas velocidades. Luego se puede analizar la interferencia de estos dos rayos y verificar si estas relaciones se dieron. El resultado que se obtuvo fue de que cuando la luz se movía en la dirección del movimiento del fluido, si se aumentaba la velocidad de la luz, pero no igual a la suma de velocidades, sino en un valor menor que dependía del índice de refracción del líquido. De igual manera si el líquido se mueve en contra de la velocidad de la luz, si se nota disminución en la velocidad de la luz, pero no en el valor que predice Galileo. Este fue un primer experimento donde se demostró que las transformaciones de Galileo fallaban.

Estos elementos dieron sustento a los postulados sobre los cuales se basa la Mecánica de Einstein.

9.2 Transformaciones de Lorentz. - La nueva Mecánica se sustenta en dos postulados, que se mantiene como tales en razón de su verificación experimental, y como tales sujetos a esos resultados.

Postulado uno o principio de la relatividad que sostiene que todas las leyes físicas son iguales para cualquier sistema de referencia inercial.

Postulado dos sostiene que la luz se propaga en el vacío con una velocidad constante, independiente del movimiento del observador y del movimiento de la fuente.

Lorentz en 1900 introduce las transformaciones que ahora se conocen como transformaciones de Lorentz, con la finalidad de construir la teoría del electromagnetismo. Einstein se dio cuenta que están de acuerdo a los postulados relativistas y las usa para todo cuerpo para construir así la nueva Mecánica.

Si un cuerpo en movimiento es observado desde dos puntos de vista diferentes y que tienen movimiento entre ellos, sus observaciones están relacionadas. Si O’ es un sistema que se desplaza en la dirección X de un observador O con velocidad V, y (x, y, z) son las coordenadas del cuerpo P según el observador O entonces las coordenadas (x’, y’, z’) de P según O’ estarán relacionadas con las coordenadas de O por las ecuaciones:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - Vt}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \dfrac{t - \dfrac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \dfrac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \tag{9.1}$$

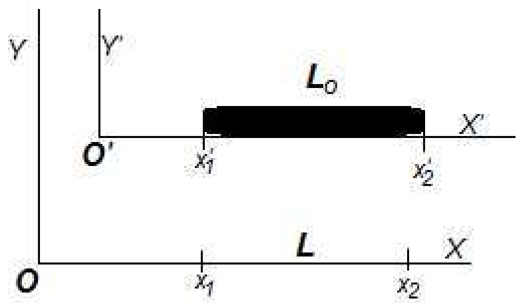
Podemos hacer las siguientes observaciones a estas transformaciones: a) la transformación de la coordenada en la dirección del movimiento depende de la velocidad del observador en relación con la velocidad de la luz. Se puede apreciar que para velocidades V pequeñas las transformaciones de Galileo son una aproximación de las transformaciones de Lorentz.

b) las coordenadas perpendiculares a la dirección del movimiento del observador no se alteran mientras la velocidad V no tenga componentes en esas direcciones.

c) el tiempo ahora no es absoluto. Cada observador tiene una medida del tiempo diferente. Una de las observaciones nuevas es que, si un par de sucesos son simultáneos en un sistema, estos no serán para otro observador que se mueve con respecto al primero.

9.3 Longitud de un cuerpo en movimiento. – Para analizar cómo se afectan las dimensiones de los objetos, medidas por diferentes observadores tomemos una regla de una longitud Lo en un sistema O' donde ella reposa (Graf. 9.1).

Graf. 9.1
Regla Móvil.



Para medir Lo en el sistema en que ella reposa asumimos que los relojes en O' están sincronizados $t'(x'_1) = t'(x'_2)$ y tomamos las mediciones de $x'_1\ y\ x'_2$. La diferencia será la longitud $L_o = x'_2 - x'_1$ que llamaremos longitud propia porque es la longitud medida en el sistema donde ella reposa.

Hacemos lo mismo en el sistema O, medimos los extremos de la regla simultáneamente en O $t(x_1) = t(x_2)$. Y la relación con las mediciones en O' de 9.1 será:

$$L_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} = \frac{L}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (9.2)$$

Entonces la longitud que se aprecia en O, donde la regla se está moviendo es menor que su longitud propia. Por ejemplo, una de las velocidades más grandes que observamos es la velocidad de traslación de la Tierra en su movimiento alrededor del Sol la misma que es alrededor de 30 km/s. Si observamos la longitud de una regla en la Tierra desde el Sol apreciaremos que su longitud comparada con la longitud propia medida en la Tierra donde ella reposa será: $L = 0.999999995 L_o$.

Para velocidades más altas que se pueden lograr en los aceleradores de partículas por ejemplo V=0.85c la longitud apreciada de una regla en movimiento será: $L = 0.52 L_o$. Es decir su longitud se ha reducido a la mitad.

Si en cambio se desea transformar de O' a O usaremos las transformaciones inversas de Lorentz que se obtiene solo cambiando de signo a la velocidad:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad (9.3)$$

Es de notar entonces, que, si no es una regla sino un objeto el que está en movimiento, solo su medida en la dirección de movimiento se apreciará reducida, mientras las medidas perpendiculares a la dirección del movimiento no sufrirán cambios. Por ejemplo, una esfera en movimiento se observará achatada en la dirección del movimiento.

9.4 Intervalos de tiempo en sistemas en movimiento. – Ahora comparemos el intervalo de tiempo entre dos sucesos, asumiendo que se realizan en una misma posición según el observador O', pero en tiempos diferentes. Para otro observador O, para el que O' se mueve con rapidez V, estos dos sucesos no se realizaran en la misma posición. Si llamamos el intervalo de tiempo medido en O' como el tiempo propio, porque estos dos sucesos se realizan en un mismo punto $(x'_2 = x'_1)$ de este sistema, $\Delta t_o = t'_2 - t'_1$, entonces para encontrar el intervalo de tiempo medido en O, donde estos sucesos no se registran en la misma posición por el movimiento de O' vamos a necesitar las transformaciones inversas de Lorentz que se obtienen cambiando de signo a la velocidad:

$$\begin{cases} x = \dfrac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \dfrac{t' + \frac{V}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{cases} \qquad (9.4)$$

De manera que:

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad (9.5)$$

Lo que significa que el intervalo de intervalo de tiempo medido por los relojes en O es mayor que los medidos por O'. En el sistema donde se mide el tiempo propio es como los relojes anduvieran más lentamente.

Los mesones, partículas cargadas producidas en la atmosfera producto del decaimiento de los piones cargados, son inestables, con tiempos de vida alrededor de $2x10^{-6}$ s, pero gracias a la transformación de Lorentz su vida media para los observadores en Tierra es lo suficientemente larga como para que algunos de ellos sobrevivan el largo viaje y puedan alcanzar la superficie de la Tierra antes de que se transformen en otras partículas.

9.5 Transformaciones de velocidades según Lorentz. – Las variaciones de la posición en las trasformaciones de Lorentz, de la velocidad del observador hacen necesaria la revisión también de las definiciones de velocidad y de aceleración.

En el sistema O las coordenadas de posición de una partícula, serán funciones de t mientras que en O' serán funciones de t'.

$$\vec{r}(t) = \{x(t), y(t), z(t)\} \quad (9.6)$$

$$\vec{r'}(t') = \{x'(t'), y'(t'), z'(t')\} \quad (9.7)$$

Entonces un desplazamiento en O en un *dt* será el vector:

$$d\vec{r}(t) = \{dx(t), dy(t), dz(t)\} \quad (9.6)$$

En O' observaremos un desplazamiento del vector posición en un intervalo de tiempo *dt'* que le corresponde al intervalo de tiempo *dt.*

$$d\vec{r}'(t') = \{dx'(t'), dy'(t'), dz'(t')\} \quad (9.7)$$

De manera que la velocidad según O será el vector:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \left\{\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right\} \quad (9.8)$$

Mientras que en O' la velocidad será:

$$\vec{v}'(t') = \frac{d\vec{r}'}{dt'} = \left\{\frac{dx'}{dt'}, \frac{dy'}{dt'}, \frac{dz'}{dt'}\right\} \quad (9.9)$$

Expresiones que deben estar relacionadas por las transformaciones de Lorentz (9.4):

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + Vdt'}{dt' + \frac{V}{c^2}dx'} = \frac{v'_{x'} + V}{1 + \frac{Vv'_{x'}}{c^2}} \quad (9.10)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt' + \frac{V}{c^2}dx'} = \frac{v'_{y'}\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_{x'}}{c^2}} \quad (9.11)$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{dt' + \frac{V}{c^2}dx'} = \frac{v'_{z'}\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{1 + \frac{Vv'_{x'}}{c^2}} \quad (9.11)$$

De estas expresiones podemos notar que los objetos no pueden superar la velocidad de la luz. Por ejemplo, si un objeto según el sistema O' tiene una velocidad $v'_{x'} = c$, se mueve a la velocidad de la luz. Según (9.10) su velocidad en O debería ser mayor. Pero si reemplazamos esta velocidad en (9.10) obtendremos:

$$v_x = \frac{c + V}{1 + \frac{Vc}{c^2}} = c \quad (9.12)$$

Además, nótese que, si V es pequeña comparada con la velocidad de la luz, de las expresiones (9.10), (9.11) y (9.12) se obtienen las transformaciones de Galileo para velocidades.

CONCLUSIONES

En este artículo hemos presentado la matemática que requerimos para explicar fenómenos energéticos, en este caso el Cálculo Integral. Los resultados obtenidos por Newton se refieren a un análisis de procesos en estadios microscópicos que crearon su matemática apropiada.

Los problemas energéticos en mecánica fueron enfrentados con el análisis en diferenciales del movimiento.

Esta matemática puede ser difícil para el que se inicie en el Cálculo, por esto en ciertos casos se puede simplificar usando promedios. Esto lo hemos presentado con fuerzas que actúan en cortos instantes de tiempo, pero determinan el futuro del movimiento. Estas fuerzas hemos denominado fuerzas de impacto.

Hemos alcanzado a presentar algunos detalles de la Física de altas velocidades, es decir cómo enfrentar ejercicios con objetos que se desplazan a velocidades cercanas a las de la luz.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS Y ELECTRONICAS

[1]. Física Universitaria V. 1, Sears Zemansky, *Editorial Pearson Educación*, México 2013

[2]. Principios matemáticos de la Filosofía Natural, Isaac Newton, Alianza Editorial, 2011, ISBN: 9788420651927

[3]. Leithold Louis. *El Cálculo.* Oxford University Press. Séptima edición. 1998

[4]. KATZ, Robert. *Introducción a la Teoría Especial de la Relatividad*. Edit. Reverté. 1974.

[5]. http://earthobservatory.nasa.gov/

[6]. Ecuaciones de la Física Matemática, **Tijonov**, Editorial Mir, Moscú 1980.

[7]. Mechanics and theory of relativity, A. N. Matveev, Mir Publishers 1989