

ANÁLISIS DEL MÉTODO MATEMÁTICO DE DETECCIÓN SVD EN COGNITIVE RADIO (ANALYSIS OF THE MATHEMATICAL METHOD OF DETECTION SVD IN COGNITIVE RADIO)

Palacios Pablo¹, Castro Alberto², Azurdía Cesar³

Resumen: En este trabajo, el desempeño del método de descomposición en valores singulares (SVD), aplicado a la detección de usuarios en una red móvil cognitiva es evaluado. El rendimiento del método SVD se analizó en términos de Probabilidad de detección (Pd) vs relación señal / ruido (SNR), obteniendo un modelo matemático basado en una distribución de probabilidad acumulada (CDF). Los resultados se compararon con las CDF's de los métodos SVD teórico y detección de energía, mediante el estimador estadístico de máxima verosimilitud (MLE), concluyendo que el método aplicado en el sistema evaluado superó a los métodos teóricos en términos de Pd.

Palabras Claves: Radio Cognitiva en Redes Móviles, Descomposición en Valores Singulares (SVD), Probabilidad de detección (Pd), Estimador de Máxima Verosimilitud (MLE), Distribución de Probabilidad Acumulada (CDF).

Abstract: In this work, the performance of the Singular Value Decomposition method (SVD) applied to the users detection in a cognitive mobile network is evaluated. The performance of the SVD method was analyzed in terms of probability of detection (Pd) vs signal-to-noise ratio (SNR), obtaining a mathematical model based on an accumulated probability distribution (CDF). The results were compared with the CDFs of the theoretical SVD and energy detection methods, using the statistical maximum likelihood estimator (MLE), concluding that the method applied in the evaluated system exceeded the theoretical methods in terms of Pd.

Keywords: Cognitive Mobile Radio Networks, Singular Value Decomposition (SVD), Probability of detection (Pd), Maximum Likelihood Estimator (MLE), Accumulated Probability Distribution (CDF).

Recibido: Marzo 2018

Aceptado: Marzo 2018

1. INTRODUCCIÓN

La radio cognitiva (CR), ha atraído muchos estudios en los recientes años porque ayuda a resolver un problema en las redes de comunicación inalámbrica, la subutilización de las frecuencias del espectro electromagnético [1], [2]. En un sistema de radio cognitivo, los usuarios sin licencia para el uso del espectro, son llamados usuarios secundarios (SU), y se les permite usar temporalmente las bandas de frecuencias no utilizadas por los usuarios primarios (PU), mejorando así la eficiencia del espectro [3].

Esta mejora de la eficiencia en el uso del espectro, se produce a través de un proceso de cuatro pasos (ciclo cognitivo): detección del espectro, decisión del espectro, compartición del espectro y movilidad [4].

Dentro de todo el ciclo, hay más desafíos en las etapas de detección y decisión, siendo estas áreas de enorme importancia para todo el proceso. Por lo tanto, se han propuesto una serie de métodos de detección de usuario primario más robustos, basados en modelos matemáticos aplicados, como por ejemplo algoritmos de detección [5], esquemas de detección de energía [6], detección de valores propios [7], detección por descomposición de valores singulares (SVD) [8], entre otros.

En los métodos de detección basados en valores propios [9], el umbral de decisión se deriva de la teoría de la matriz aleatoria (RMT) para determinar las pruebas de hipótesis para la detección de señales. El método SVD es bastante similar al método de descomposición de valores propios. Sin embargo, el SVD es más general en el sentido de que puede aplicarse a matrices de cualquier dimensión, mientras que el método de descomposición de valores propios sólo puede aplicarse a cierto tipo de matrices cuadradas.

El método SVD tiene varias ventajas en comparación con otros métodos de descomposición que se enumeran a continuación [10]:

1. Más robusto al error numérico.
2. Expone la estructura geométrica de una matriz como un aspecto importante de muchos cálculos matriciales.
3. Cuantifica el cambio resultante entre la geometría subyacente de esos espacios vectoriales.

Un algoritmo SVD aplicado a redes móviles de radio cognitiva es propuesto en este trabajo, proporcionando un promedio de la Función de

¹Palacios Pablo, Mg., Universidad de Chile; (e-mail: pablo.palacios@ug.uchile.cl).

²Castro Alberto, Mg., Profesor Asociado de la Universidad de Chile; (e-mail: alberto.castro@uchile.cl).

³Azurdía Cesar, PhD., Profesor Asistente de la Universidad de Chile; (e-mail: cazurdia@ing.uchile.cl).

distribución acumulada inversa máxima y mínima (ICDF).

El objetivo principal de este trabajo es evaluar el rendimiento del método matricial de detección SVD aplicado a un sistema cognitivo móvil, específicamente en una red cognitiva mixta LTE y WiFi, a través de módulos desarrollados en NS-3 [11]. El rendimiento del método de detección SVD se analiza en términos de probabilidad de detección (Pd) versus relación señal / ruido (SNR) mediante simulaciones numéricas y es comparado con el método matemático de detección de energía tradicional [9] y el método de detección SVD teórico, usando como señal de prueba un “raise cosine” (RC) [10].

2. MODELO MATEMÁTICO DEL ALGORITMO DE DETECCIÓN SVD IMPLEMENTADO

En este artículo se evalúa el método SVD aplicado a una red de radio cognitiva móvil, implementado específicamente para LTE y WiFi, que son las tecnologías móviles de última generación [12].

Se asume que la señal discreta recibida en un receptor cognitivo i , está dada por $x_i(n)$ ($i = 1, 2, 3, \dots, M$), donde M es el número de antenas receptoras.

Se presentan dos hipótesis:

1. Hipótesis H_0 : Sólo existe ruido (la señal no está presente), denotada por la siguiente expresión:

$$x_i(n) = \eta_i(n) \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

2. Hipótesis H_1 : Se encuentra presenta la señal y el ruido, denotada por la siguiente expresión:

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^P \sum_{k=0}^{N_{ij}} h_{ij}(k) s_j(n-k) + \eta_i(n), \quad (2)$$

donde $s_j(n)$ ($j = 1, 2, 3, \dots, P$), son P números de señales del origen, $h_{ij}(k)$ es la respuesta del canal entre una señal enviada j y el receptor i , y $\eta_i(n)$ son las muestras de ruido, en este caso se asume ruido blanco aditivo gaussiano (AWGN).

Basados en las señales recibidas y la presencia o no de información sobre las señales enviadas, respuestas del canal y ruido, etc., el algoritmo de detección tendrá que tomar una decisión sobre la existencia de la señal, por lo tanto se define la Probabilidad de detección (Pd) como la probabilidad de que el algoritmo detecte la señal, es decir se dé la Hipótesis H_1 , y la Probabilidad de falsa alarma (Pfa), la probabilidad de que el algoritmo detecte la señal, sin que se encuentre

presente es decir se dé la Hipótesis H_0 . Para que un algoritmo de detección sea eficiente, Pd debe ser lo más grande posible y Pfa lo más pequeño posible, de acuerdo a las aplicaciones.

Definimos $N_j \stackrel{\text{def}}{=} \max_i(N_{ij})$, inicializamos el $h_{ij}(k)$ con ceros y definimos las siguientes expresiones:

$$x(n) \stackrel{\text{def}}{=} [x_1(n), x_2(n), \dots, x_M(n)]^T, \quad (3)$$

$$h_j(n) \stackrel{\text{def}}{=} [h_{1j}(n), h_{2j}(n), \dots, h_{Mj}(n)]^T, \quad (4)$$

$$\eta(n) \stackrel{\text{def}}{=} [\eta_1(n), \eta_2(n), \dots, \eta_M(n)]^T, \quad (5)$$

además podemos expresar la ecuación (2) de forma vectorial:

$$x(n) = \sum_{j=1}^P \sum_{k=0}^{N_j} h_j(k) s_j(n-k) + \eta(n). \quad (6)$$

Consideramos L salidas consecutivas y definimos:

$$\hat{x}(n) \stackrel{\text{def}}{=} [x^T(n), x^T(n-1), \dots, x^T(n-L+1)]^T, \quad (7)$$

$$\hat{\eta}(n) \stackrel{\text{def}}{=} [\eta^T(n), \eta^T(n-1), \dots, \eta^T(n-L+1)]^T, \quad (8)$$

$$\hat{s}(n) \stackrel{\text{def}}{=} [s_1(n), s_1(n-N_1-L+1), \dots, s_p(n), \dots, s_p(n-N_p-L+1)]^T, \quad (7)$$

obteniendo:

$$\hat{x}(n) = H\hat{s}(n) + \hat{\eta}(n), \quad (8)$$

donde H es una matriz de dimensiones

$ML \times (N+PL)$ ($N = \sum_{j=1}^P N_j$) definida como:

$$H \stackrel{\text{def}}{=} [H_1, H_2, \dots, H_p], \quad (9)$$

$$H_j \stackrel{\text{def}}{=} \begin{bmatrix} h_j(0) \dots h_j(N_j) \dots \dots 0 \\ \dots \\ 0 \dots \dots h_j(0) \dots h_j(N_j) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Asumiendo como propiedades estadísticas de los símbolos transmitidos y el ruido del canal que el ruido es blanco y que el ruido y la señal transmitida no están correlacionados, podemos definir la matriz de covarianza muestral de la señal recibida, es decir $R(N_s)$, como:

$$R(N) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \sum_{n=L}^{L-1+N} \hat{x}(n) \hat{x}^\dagger(n), \quad (11)$$

donde $\hat{x}^\dagger(n)$ es el Hermitiano de $\hat{x}(n)$.

Aplicando el algoritmo propuesto, en base a todas las definiciones matemáticas mencionadas, primero, seleccionamos los valores de N , L y k , de manera que se cumpla que $k < L < N - k$, donde N es el número de muestras a ser tomada por el receptor, L se define como el "smoothing factor", es decir, el número de valores consecutivos de la matriz de covarianza que la señal recibida puede tomar y k el número de valores singulares, Para el escenario del trabajo considerar $k = 2$ y $L = 16$.

Luego, factorizamos la matriz de covarianza, es decir, aplicamos el método SVD, obteniendo la siguiente expresión:

$$R = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^T, \quad (12)$$

donde $R(m \times n)$ es la matriz de covarianza de la señal recibida factorizada, $\mathbf{U}(m \times n)$ es la matriz de vectores singulares de columnas R , $\Sigma(m \times n)$ es la matriz de valores singulares, y $\mathbf{V}^T(m \times n)$ es la matriz de vectores singulares de las filas R .

Obteniendo los valores singulares λ_{\max} y λ_{\min} , calculamos el valor umbral y lo comparamos con los valores propios usando la siguiente expresión [10]:

$$\gamma = \frac{(\sqrt{N} + \sqrt{L})^2}{(\sqrt{N} - \sqrt{L})^2} * \left(1 + \left(\frac{(\sqrt{N} + \sqrt{L})^2}{N * L^6}\right)^{\frac{2}{3}} * F_1^{-1}(1 - P_{fa})\right), \quad (13)$$

donde P_{fa} es la probabilidad de falsa alarma que se requiere, para este escenario menor o igual que 0.1 ($P_{fa} \leq 0.1$). La expresión $F_1^{-1}(1 - P_{fa})$ es la función Tracy-Widom, que es una función de distribución de probabilidad normalizada para los valores propios, descrita en la Tabla. I [13]. Comparamos la relación entre los valores singulares máximo y mínimo de la matriz de covarianza con el umbral; por lo tanto, si $\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} < \lambda$, la señal está presente, de lo contrario

la señal está ausente. Finalmente obtenemos el bit de detección de la señal PU. El enfoque anterior se resume en FIG. 1.

TABLA. I
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio
Tabla de distribución de probabilidad normalizada
Función Tracy-Widom

t	F1(t)
-3.9	0.01
-3.18	0.05
-2.78	0.10
-1.91	0.30
-1.27	0.50
-0.59	0.70
0.45	0.90
0.98	0.95

FIG. 1
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio

Algoritmo propuesto del método matemático de detección SVD

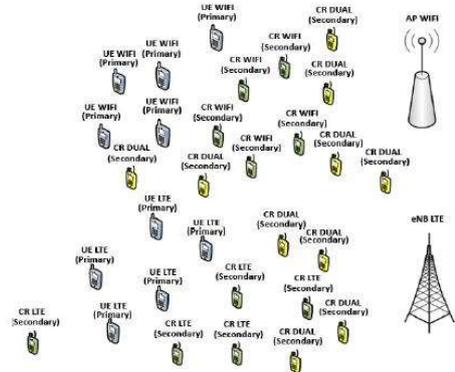
```

Require: k, L, N and k < L < N - k.
Ensure: PU detection bit.
1: while communication is progress do
2:   Setup k = 2 and L = 16
3:   Obtain CovMat = CreateMatrixCovariance(L)
4:   Factorize(CovMat)
5:   Obtain Max = Maximum(CovMat) and Min = Minimum(CovMat)
6:   Obtain Threshold = CalculateThreshold()
7:   if (Max/Min < Threshold) then
8:     return PU detection bit=1
9:   else
10:    return PU detection bit=0
11:  end if
12: end while
    
```

3. EVALUACION DE RENDIMIENTO

Implementamos el algoritmo de detección SVD en un módulo desarrollado en Network Simulator 3 (NS-3) y lo simulamos en una red de radio cognitiva mixta basada en las tecnologías LTE y WiFi. Hay varios nodos en la topología de red propuesta, como se muestra en la FIG. 2

FIG. 2
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio
Topología de la red propuesta para simulación



La topología presentada en la FIG. 2 es sólo un ejemplo, ya que la posición y el movimiento de los usuarios (UE) son dinámicos y aleatorios durante todo el tiempo de simulación [11]. Algunos nodos incluidos en la topología propuesta son WiFi PU y LTE PU sin capacidad cognitiva (UE primarios). Se utilizan dos tipos de SU; los que tienen capacidad cognitiva sólo para una tecnología específica (CR WiFi UE o CR LTE UE), y capacidad cognitiva para ambas tecnologías (UE CR dual).

Los valores de frecuencia y ancho de banda para ambas tecnologías fueron elegidos para hacer la simulación del modelo más real, ya que estos son valores típicos de despliegue comercial. El número de CR LTE UE, CR WiFi UE, UE LTE primarios, y UE WiFi primarios, se han

establecido en 5 usuarios respectivamente, mientras que el UE CR dual se ha establecido en 10 usuarios. El rango de cobertura del “access point” (AP), para la tecnología WiFi se ha establecido en 200m, mientras que el rango de cobertura del “E-UTRAN Node B” (eNB), para la tecnología LTE, se ha establecido en 350m. Esto se hizo para generar interferencia entre las tecnologías evaluadas en la simulación. Todos los parámetros utilizados en la simulación se muestran en la TABLA. II, y se pueden variar en trabajos futuros.

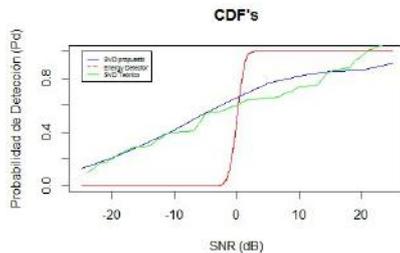
TABLA. II
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio

Tabla de parámetros de simulación del sistema

Parámetros técnicos	
Parámetros	Valor
Frecuencia LTE	729 MHz
Frecuencia WiFi	2400 MHz
Ancho de banda LTE	20 MHz
Ancho de banda WiFi	20 MHz
CR LTE UE	5
CR WiFi UE	5
CR UE dual	10
LTE UE primario	5
Rango de cobertura AP	200 m
Rango de cobertura eNB	350 m
Time de simulación	1200 s
Número de muestras	16000
Modelo de Movilidad	Random Waypoint
Modelo de Propagación	Range Propagation Loss

La probabilidad de detección (Pd) vs SNR se presenta como una función de distribución acumulada (CDF) para el método propuesto y los métodos de comparación, como se muestra en la FIG. 3. La CDF del método SVD propuesto se obtuvo a través de la implementación y simulación del algoritmo en NS-3, mientras que las CDF's del método de detección SVD teórico (señal RC) [10] y el método tradicional de detección de energía [9], se obtuvieron a través de simulaciones teóricas utilizando MATLAB.

FIG. 3
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio
Funciones de distribución acumuladas para los métodos de detección analizados



4. RESULTADOS

Para verificar la eficiencia de los métodos, y utilizando los datos y modelos obtenidos a partir de la FIG. 3, es necesario usar un método estadístico confiable que permita la validación de estos resultados. El estimador estadístico MLE derivado en [14] es usado y su metodología es aplicada en un desarrollo en R [25]. El MLE estima los parámetros de un modelo probabilístico dado, en este caso los modelos de los métodos de detección obtenidos experimentalmente, permitiendo una comparación estadística. Cabe señalar que el error estándar (Std Error) y la desviación estándar (SD) de los parámetros MLE se incluyen en el trabajo, porque un modelo de datos es incompleto si no se presenta el error asociado y por ende, no se puede estimar el rango de validez de los modelos presentados. Utilizando este estimador estadístico, los resultados obtenidos son los que se muestran en la TABLA. III. En consecuencia, el sistema evaluado supera los métodos teóricos propuestos en [9] y [10].

TABLA. III
Análisis del método matemático de detección SVD en cognitive radio

Tabla de distribución de probabilidad normalizada

Tabla de resultados

	MLE	Std Error	SD
SVD propuesto	0.5873	0.0849	0.2817
SVD teórico	0.5248	0.1020	0.3383
Detección de Energía	0.4959	0.1498	0.4970

5. CONCLUSIONES

En este trabajo, se destaca un enfoque basado en el método matricial matemático SVD aplicado a la detección de PU en radio cognitiva, específicamente en las redes inalámbricas WiFi y LTE. El algoritmo aplicado al sistema de comunicaciones, fue evaluado en términos de probabilidad de detección Pd, y se comparó con otros métodos tradicionales de detección, SVD teórico y detección de energía respectivamente. Se utilizó el estimador estadístico de máxima verosimilitud (MLE) para verificar y comparar la eficiencia de los métodos evaluados. Se llegó a la conclusión, que el algoritmo SVD propuesto aplicado, superó a los otros métodos en términos de Pd. El rendimiento del método SVD propuesto descrito en este trabajo puede mejorar incrementando el número de muestras tomadas en el receptor CR, que podría considerarse como trabajo futuro.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

- [1]. **D. M. Alias and R. G. K.**, “Cognitive radio networks: A survey,” in 2016 International Conference on Wireless Communications, Signal Processing and Networking (WiSPNET), Mar. 2016, pp. 1981–1986.
- [2]. **S. Bhattarai, J. M. J. Park, B. Gao, K. Bian, and W. Lehr**, “An overview of dynamic spectrum sharing: Ongoing initiatives, challenges, and a roadmap for future research,” IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, vol. 2, no. 2, pp. 110–128, June 2016.
- [3]. **Y. Ma, Y. Gao, Y. C. Liang, and S. Cui**, “Reliable and efficient sub-nyquist wideband spectrum sensing in cooperative cognitive radio networks,” IEEE Journal on Selected Areas in Communications, vol. 34, no. 10, pp. 2750–2762, Oct. 2016.
- [4]. **E. Biglieri, A. J. Goldsmith, L. J. Greenstein, H. V. Poor, and N. B. Mandayam**, *Principles of cognitive radio*. Cambridge University Press, 2013.
- [5]. **N. Muchandi and R. Khanai**, “Cognitive radio spectrum sensing: A survey,” in 2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT), Mar. 2016, pp. 3233–3237.
- [6]. **R. Abdelrassoul, E. Fathy, and M. S. Zaghoul**, “Comparative study of spectrum sensing for cognitive radio system using energy detection over different channels,” in 2016 World Symposium on Computer Applications & Research (WSCAR), Mar. 2016, pp. 32–35.
- [7]. **S. M. Jacob and N. S.**, “Spectrum sensing technique in cognitive radio based on sample covariance matrix,” in 2015 International Conference on Control, Instrumentation, Communication and Computational Technologies (ICCICCT), Dec. 2015, pp. 139–144.
- [8]. **S. Xu, K. S. Kwak, and R. R. Rao**, “Svd based wideband spectrum sensing and carrier aggregation for lte-advanced networks,” in 2014 IEEE 25th Annual International Symposium on Personal, Indoor, and Mobile Radio Communication (PIMRC), Sep. 2014, pp. 1190–1194.
- [9]. **S. S. Ali, C. Liu, and M. Jin**, “Minimum eigenvalue detection for spectrum sensing in cognitive radio,” International Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 4, no. 4, pp. 623–630, Aug. 2014.
- [10]. **M. F. Fahim and M. S. Raean**, “Svd detection for cognitive radio network based on average of maximum-minimum of the icdf,” International Journal of Advanced Computer Research, vol. 2, no. 3, Sep. 2012.
- [11]. **Ns-3 Model Library**, Release ns-3.23, Aug. 2015. [Online]. Available: <https://www.nsnam.org/docs/release/3.23/models/ns-3-model-library.pdf>
- [12]. **A. Galanopoulos, F. Foukalas, and T. A. Tsiftsis**, “Efficient coexistence of LTE with WiFi in the licensed and unlicensed spectrum aggregation,” IEEE Transactions on Cognitive Communications and Networking, vol. 2, no. 2, pp. 129–140, Jun. 2016.
- [13]. **Y. Zeng and Y. C. Liang**, “Maximum-minimum eigenvalue detection for cognitive radio,” in 2007 IEEE 18th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Sep. 2007, pp. 1–5.
- [14]. **L. Held and D. Sabanés Bové**, *Applied statistical inference*. Springer, 2014, vol. 10.
- [15]. **R. C. Team**, “R: A language and environment for statistical computing.” Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2014. [Online]. Available: www.R-project.org