

APLICACIÓN EN DSP PARA MODELAMIENTO DE SISTEMAS DINÁMICOS POR MEDIO DE TÉCNICAS DE FILTRADO ADAPTATIVO

Calderón Juan¹, González Javier²

Resumen. Los filtros adaptativos se diseñan con el fin de mejorar su respuesta ante las variaciones de la señal de entrada y de la interferencia. En el uso de este tipo de filtro se tiene la oportunidad de aprovechar la capacidad de adaptar sus coeficientes a través de los algoritmos LMS, para implementar aplicaciones en donde se desea tener información de parámetros desconocidos de la función de transferencia de un sistema dinámico cuando solo se puede tener señales de entrada y de salida. Este tipo de soluciones son en la actualidad de fácil desarrollo gracias al avance de los procesadores digitales de señales DSP. El objetivo de este trabajo es la implementación de algoritmos LMS en un DSP de la familia 5000 del fabricante Texas Instruments, por la estimación de modelos de sistemas dinámicos aprovechando la cualidad que poseen los filtros adaptativos de poder variar su estructura interna. Por medio de los algoritmos desarrollados se podrá contar con un sistema que realice estimación automática de la función de transferencia de sistemas desconocidos.

Palabras Claves: Sistemas dinámicos, procesador digital de señales, filtrado adaptativo.

1. INTRODUCCIÓN

Un sistema se define como un conjunto de partes o elementos organizados y relacionados que interactúan entre sí para lograr un objetivo [1]. Durante las últimas décadas, se ha desarrollado un interés creciente por realizar estudios de los sistemas basados en el procesamiento de información contenido en las señales de entrada y salida de los mismos, centrados en analizar cómo se genera la evolución de los datos observados, dando origen al estudio de los Sistemas Dinámicos, en el cual las propiedades de los elementos que los forman cambian en el transcurso del tiempo [2]. Los sistemas dinámicos fueron modelados desde un principio a través de las ecuaciones diferenciales utilizando un pequeño número de variables y parámetros [3]. Dentro del estudio de los sistemas dinámicos surge la gran necesidad de conocer la función de transferencia en un determinado instante. Como alternativa para la solución de este problema se han desarrollado implementaciones basadas en filtrado adaptativo en el cual se estiman los valores desconocidos de la función de transferencia del sistema bajo estudio [4,5]. Por lo cual el objetivo central de este trabajo es lograr la estimación de los parámetros de un sistema por medio de la implementación de un esquema de filtrado adaptativo FIR en una plataforma basada en Procesadores Digitales de Señales (DSP). La estructura básica de un filtro FIR adaptativo (ver

figura 1) se compone principalmente de una señal de entrada $x[n]$, la cual es filtrada para producir salida $y[n]$ que es observada por un bloque que evalúa la señal de la salida con respecto a una señal deseada $d[n]$ y cualquier diferencia entre las dos constituye una señal de error $e[n]$ que es luego llevada a otra etapa que posee una regla de adaptación donde se modifican los parámetros w_i del filtro con el objetivo de eliminar el error [6]. Para la estructura de filtrado adaptativo de la figura 1 la señal de salida $y[n]$ se puede expresar como la suma de las entradas de la señal $x[n]$ retrasadas y escaladas como se puede ver en la ecuación 1.

$$y[n] = \sum_{i=0}^{N-1} w_i x[n-i] \quad (1)$$

Se debe asumir que un conjunto de N coeficientes w_i ($0 \leq i \leq N-1$) se debe determinar tal que para un conjunto $x[n]$ dado, la desviación o error $e[n]$ entre el conjunto $y[n]$ y el conjunto $d[n]$ sea mínimo. Usando el criterio de mínimos cuadrados sobre el dominio de los índices $(0, 1, \dots, N-1)$ con $N_0 > N$, la función de error $E[n]$ es minimizada y se puede expresar como se ve en la ecuación 2.

$$E(A) = \frac{1}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} [d[n] - y[n]]^2 \quad (2)$$

De la definición de $E(A)$ y de $y(n)$, se puede minimizar el error haciendo que: para $0 \leq i \leq N-1$ (ver ecuación 3).

$$\frac{\partial E}{\partial w_i} = -\frac{2}{N_0} \sum_{n=0}^{N_0-1} x(n-i)[d[n] - y[n]]; 0 \leq i \leq N-1 \quad (3)$$

¹ Calderón Juan M., Ing. Electrónico USTA. Magister en Ing. Electrónica. U. de Andes. Docente - Investigador. Facultad de Ingeniería Electrónica. Universidad Santo Tomás. Bogotá - Colombia (e_mail: juan_mch@yahoo.com)

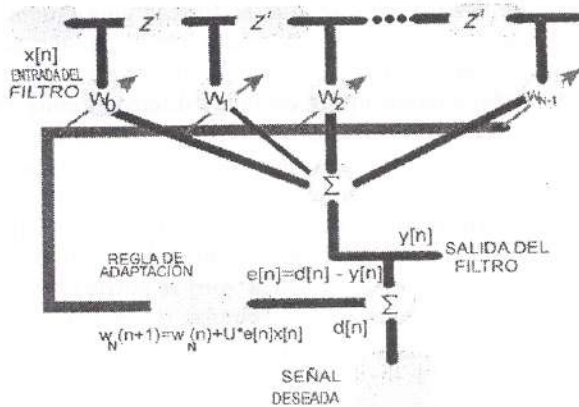
² González Barajas Javier E. Ing. Electrónico UIS. Magister en Ingenierías, Área Electrónica, UIS. Docente - Investigador. Facultad de Ingeniería Electrónica. Universidad Santo Tomás. Bogotá - Colombia (e_mail: Javiere_gonzalez@yahoo.com.mx)

Por medio del algoritmo del filtro adaptativo LMS (*Least-mean-square*), basado en la minimización del error cuadrático medio expresado en la ecuaciones 2 y 3, se puede dar la estrategia planteada en la ecuación 4 para la actualización de los coeficientes W del filtro. Donde $W[n]=[w_0(n) w_1(n)...w_{L-1}[n]]$ es el vector de coeficientes, $X[n]=[x[n] x(n-1)...x(n-L+1)]$ es el vector de la señal de entrada, $d(n)$ es la señal de referencia, $e[n]$ es la señal de error y μ es el tamaño del paso utilizado en las iteraciones [7].

$$w_i[n+1] = w_i[n] + \mu e[n] X[n] \quad (4)$$

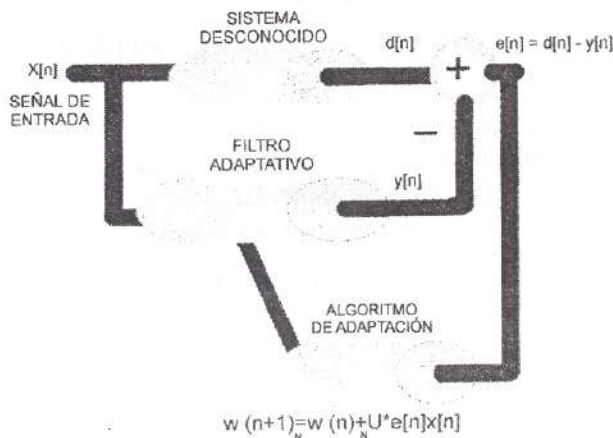
$$e[n] = d[n] - W[n]X[n]$$

FIGURA 1
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
Estructura de un filtro FIR Adaptativo, compuesto por la señal de entrada $x[n]$, la señal de salida $y[n]$, una señal de error $e[n]$ y la señal deseada $d[n]$



Esta propiedad de los filtros adaptativos se ha aprovechado para tomar señales de entrada y salida de un sistema desconocido y por medio de la facultad de adaptación de su estructura interna, se logra obtener los parámetros del sistema bajo estudio como se puede observar en la figura 2 [7].

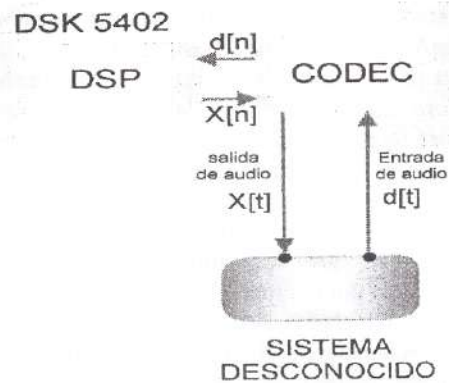
FIGURA 2
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
Aplicación de un filtro adaptativo para encontrar los parámetros de un sistema con función de transferencias desconocida



2. MATERIALES Y MÉTODOS

La aplicación desarrollada para el modelamiento de sistemas dinámicos, está basada principalmente en la plataforma DSK5402 del fabricante Texas Instruments, que permite al usuario manejar las interfaces del DSP TMS320C5402. Para realizar adquisición y generación de señales, la plataforma contiene el circuito integrado TLC32AD50, el cual es un dispositivo de codificación y decodificación (*codec*) que se encarga de la conversión A/D y D/A diseñado para salida y entrada de audio. La figura 3 lustra el diagrama de bloques de la aplicación desarrollada con la plataforma DSK5402.

FIGURA 3
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
Diagrama de bloques de la aplicación implementada en la plataforma DSK 5402 para el modelamiento de sistemas Dinámicos



Dentro de este trabajo, la base de la estructura para identificación de sistemas es descrita en la figura 3, en donde se tiene un sistema bajo estudio con función de transferencia desconocida, el cual posee una señal de entrada $x[n]$ y a la vez ingresa al filtro adaptativo. El sistema desconocido proporciona la señal deseada $d[n]$ que será utilizada como señal de referencia y comparada con la señal $y[n]$ que corresponde a la salida del filtro adaptativo. Con base al error $e[n]$, la regla de adaptación actualizara el valor de los coeficientes $W[n]$ hasta lograr una similitud entre $y[n]$ y $d[n]$ como se describió en las ecuaciones 1, 2, 3 y 4.

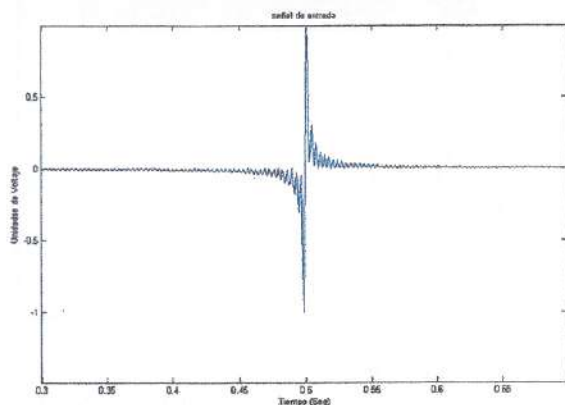
Como señal de entrada $x[n]$ se utilizó una serie de tiempo que simula la función impulso unitario o Delta de Dirac $\delta[n]$, la cual posee todas las componentes de frecuencia en su espectro y se podrá obtener como salida la respuesta al impulso del sistema bajo estudio. La respuesta al impulso corresponde a la señal deseada $d[n]$ de la aplicación propuesta en la figura 3 [8].

La señal de entrada $x[n]$ se diseña en el asistente matemático Matlab, tomando como frecuencia de muestreo el valor de 2KHz y está compuesta por la suma de señales sinusoidales con componentes en el dominio de la frecuencia entre 0 y 300 Hz. La figura 4 ilustra en el dominio del tiempo la señal de entrada $x[n]$. Para su posterior implementación en la plataforma DSK5402, se procedió a normalizar la serie de tiempo y se almacenó en una tabla de datos. El programa elaborado en lenguaje C que es ejecutado en el DSP, importa la tabal de datos que contiene la serie de tiempo que corresponde a la señal $x[n]$.

FIGURA 4

Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo

La señal de entrada $x[n]$ con la finalidad de simular un impulso unitario el cual contiene componentes en el dominio de la frecuencia entre 0 y 300 Hz

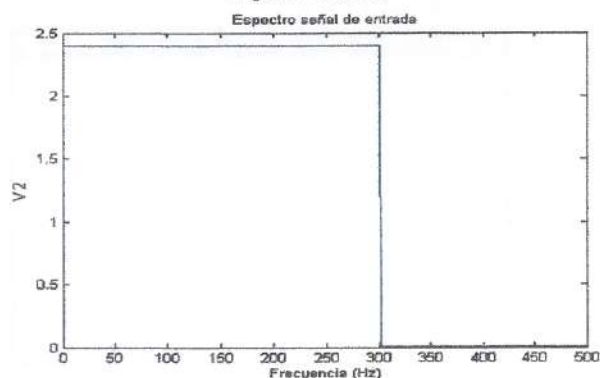


La densidad espectral de potencia de la $x[n]$ se ilustra en la figura 5, la cual posee una respuesta plana entre las componentes de 0 y 300 Hz.

FIGURA 5

Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo

Densidad espectral de la señal de entrada $x[n]$, el cual corresponde al espectro característico de una señal impulso unitario



3. RESULTADOS

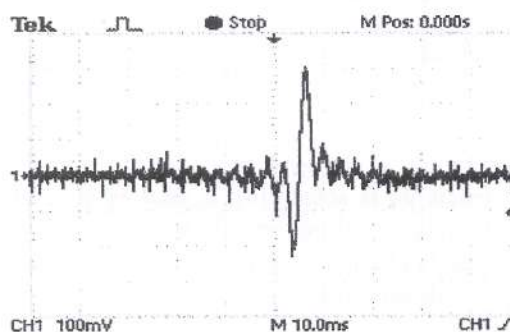
El desarrollo de ensayos con el sistema implementado en la plataforma DSK5402 se llevó a cabo utilizando circuitos electrónicos conformados por elementos pasivos de magnitud variable que introducen un comportamiento dinámico en el experimento.

Por medio de un osciloscopio digital del fabricante Tektronik se tomaron imágenes de la señal de entrada $x[n]$ generada por la plataforma DSK5402, la cual se ilustra en la figura 6. La señal $x[n]$ generada corresponde a la entrada aplicada al sistema bajo estudio del cual se desea estimar su función de transferencia.

FIGURA 6

Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo

Imagen adquirida por osciloscopio digital de la señal de entrada $x[n]$ generada por la plataforma DSK5402

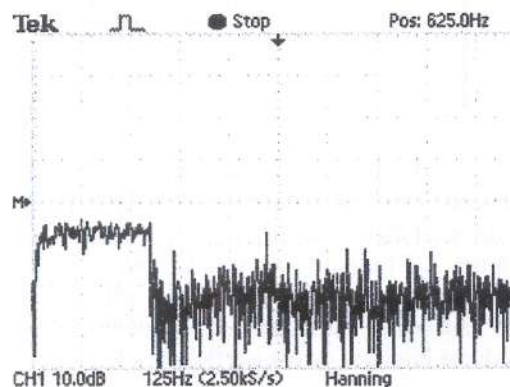


La figura 7 ilustra la densidad espectral de potencia de la señal $x[n]$, tomada por el osciloscopio digital. Como se había estimado en la simulación, el espectro de la señal $x[n]$ es de respuesta plana para valores entre 0 y 300 Hz.

FIGURA 7

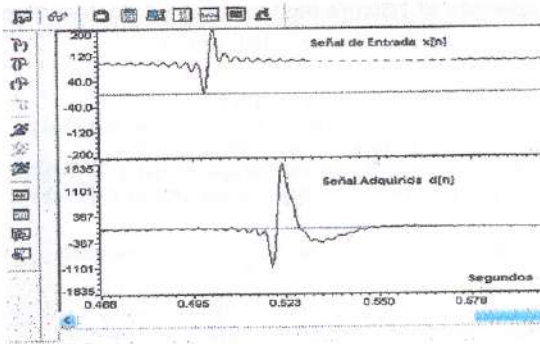
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo

Imagen adquirida por osciloscopio digital de la señal de entrada $x(n)$ generada por la plataforma DSK5402



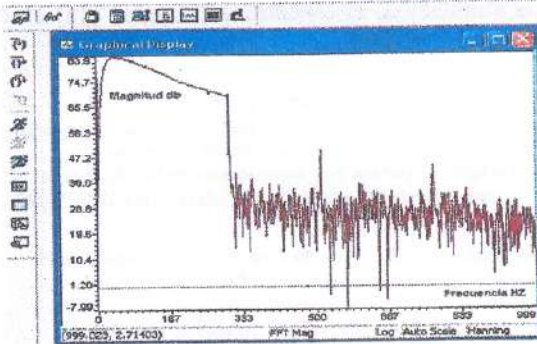
La figura 8 tomada con ayuda de la herramienta Code Composer para desarrollos en DSP de Texas Instruments ilustra la señal adquirida de la salida del sistema bajo de prueba, a través del conversor A/D de la plataforma DSK5402. La señal de la figura 8 corresponde a la señal deseada $d[n]$ que es utilizada como señal de referencia para el algoritmo de adaptación.

FIGURA 8
 Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
 Imagen de la señal adquirida por la plataforma DSK5402 que corresponde a la señal deseada $d[n]$



La figura 9 contiene la densidad espectral de potencia de la señal $d[n]$, la cual es el resultado del producto del espectro de la señal $x[n]$ y de la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema bajo estudio que se desea estimar.

FIGURA 9
 Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
 Imagen de la señal adquirida por la plataforma DSK5402 que corresponde a la señal deseada $d[n]$

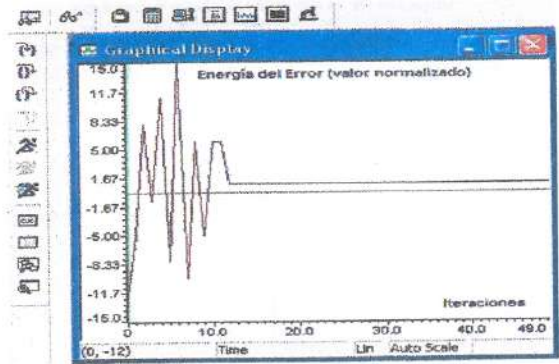


Tomando la señal generada $x[n]$ y la señal deseada $d[n]$, la plataforma DSK5402 procede a utilizar el algoritmo de adaptación propuesto en la figura 2. El algoritmo carga un arreglo de datos encabezado por un coeficiente de valor unitario y 19 con valor cero, que son tomados como los valores iniciales de los coeficientes $W_i[n]$.

Para las diferentes pruebas realizadas a la aplicación, se utilizaron diferentes ciclos de adaptación de 10, 15, 20, 50 y 100 iteraciones. Para cada iteración, el DSP calcula la energía de la señal de error $e[n]$ y cada valor se almacena en un arreglo de datos el cual ofrece un indicador de la convergencia del algoritmo.

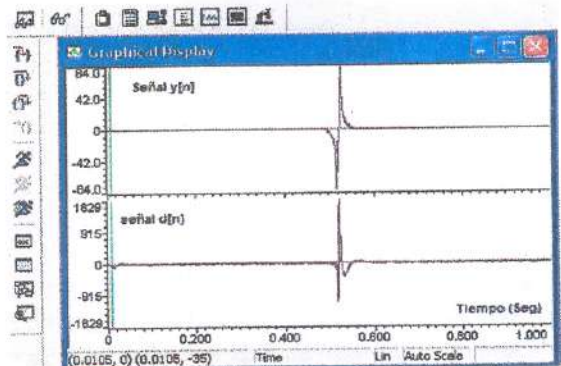
El sistema desarrollado logró obtener para un valor de 15 iteraciones un valor estable de la energía del error. La figura 10 ilustra el comportamiento del valor de la energía del error durante 50 iteraciones y se observa un valor estable a partir de 15 iteraciones.

FIGURA 10
 Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
 Valores de la energía de la señal de error $e[n]$



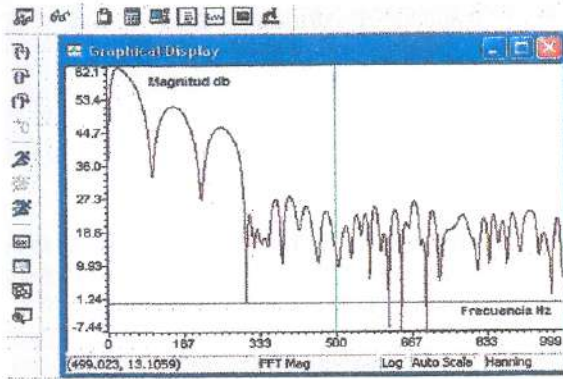
La figura 11 ilustra la señal $y[n]$ como resultado final de un proceso de adaptación de 15 iteraciones comparado con la señal deseada $d[n]$. La señal $y[n]$ es el resultado de filtrar la señal de entrada $x[n]$ con los coeficientes adaptados.

FIGURA 11
 Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
 Señal $y[n]$ después de un proceso de adaptación de 15 iteraciones



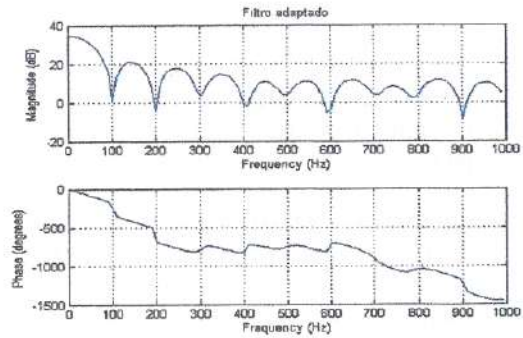
La figura 12 ilustra la densidad espectral de potencia de la señal $y[n]$ y se puede observar que da una estimación del comportamiento en el dominio de la frecuencia del sistema bajo estudio

FIGURA 12
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
Densidad espectral de potencia de la señal $y[n]$ después de un proceso de adaptación de 15 iteraciones



Al culminar el proceso de adaptación, los coeficientes finales son exportados al Software Matlab y por medio de la función `freqz` se obtiene la respuesta en frecuencia del filtro FIR adaptado. La figura 13 ilustra el resultado del análisis de los coeficientes y muestran la estimación de la respuesta en el dominio de la frecuencia de la función de transferencia estimada.

FIGURA 13
Aplicación en DSP para modelamiento de sistemas dinámicos por medio de técnicas de filtrado adaptativo
Análisis en el dominio de la frecuencia de los coeficientes obtenidos en el proceso de adaptación



4. CONCLUSIONES

Los resultados del trabajo presentado en este artículo son de gran utilidad para el análisis de sistemas dinámicos a través de la implementación de algoritmos de filtrado adaptativos en plataformas basadas en procesadores digitales de señales. Dentro de los resultados obtenidos se destaca el desarrollo de una aplicación que de forma autónoma genera una señal de prueba similar a un impulso unitario, la cual al ingresar al sistema bajo estudio permite obtener una estimación de la respuesta al impulso del mismo. Esta aplicación puede ser utilizada en laboratorios para el entrenamiento de estudiantes en las áreas control y los sistemas dinámicos, evitando las técnicas tradicionales de barrido de frecuencia utilizando generadores de funciones.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

- [1]. **OPPEHEIM, A., WILLSKY, A.** (1994). Señales y Sistemas. Prentice Hall. México. 860: p37. Techniques for adaptive Recursive Filtering. Int. J. Electronics. vol. 74, N° 3,381 – 399.
- [2]. **ARACIL JAVIER.** (1986). Sistemas Dinámicos. Alianza Editorial. España. 397: p47. [6]. **DOUGRLAS, S.C.** (1999). Introduction to Adaptive Filters. Digital Signal Processing Handbook. Ed. Vijay Madisetti and Douglas B. Williams. Boca Ratón. CRC Press LLC, Chapter 18 and 19.
- [3]. **GREWAL MOHINDER, ANDREWS ANGUS. KALMAN FILTERING.** (2001). Theory and Practice Using Matlab. John Wiley & Sons. USA. 413: p 25. [7]. **FARHANG, B., BOROUJENY.** (1998). Adaptive Filteres Wiley and Sons. England. 529:p10.
- [4]. **ARUNACHALAM, K.G., CHESMORE, E.D.** (1993). Fast Sequential Algoritms for Parameter Estimation. Int. J. Electronics. vol. 74, N° 3,343 – 358. [8]. **PROAKIS J, MANOLAKIS D.** (1998). Tratamiento Digital de Señales. Pearson Prentice Hall. España. p 889.
- [5]. **ARUNACHALAM, K.G., CHESMORE, E.D.** (1993). System Identification