matemática: Una publicación del ICM – ESPOL
2008, Vol. 6, No. 1

LA OPTIMIZACIÓN EN LOGÍSTICA, LA COMPLEJIDAD Y EL SENTIDO COMÚN

Sandoya Fernando[1]

Resumen. *Los problemas de optimización, en particular los que se presentan en el campo de los procesos logísticos, son en general "difíciles" de resolver y requieren por tanto de un fuerte trabajo matemático e informático para poder obtener soluciones "buenas", no necesariamente las óptimas. En este artículo se explora el origen de esta complejidad y cuanto puede fallar el sentido común incluso en problemas sencillos de logística.*

Palabras Claves: Algoritmos Heurísticos, ruteo de vehículos, complejidad computacional.

1. INTRODUCCIÓN

El sentido común no es un buen consejero, en problemas de optimización los procedimientos basados en el buen juicio o en la "experiencia" que aparentemente ofrecen soluciones eficientes generalmente llevan a malas soluciones, esto tiene su origen en la complejidad que tienen estos problemas. En cambio aplicando modelos matemáticos se pueden obtener buenas soluciones, y en ciertos casos las soluciones óptimas, con las cuales se generan grandes ahorros.

La logística se ha conformado actualmente como un proceso operativo, táctico y estratégico para organizar las actividades de producción y de distribución de las empresas, esto implica un amplio espectro de problemas de optimización, y justamente gran parte de estos problemas no dispone de algoritmos eficientes para resolverlos, porque pertenecen a la clase NP; y dentro de esta clase, existe una subclase para la que se conjetura que jamás se encontrarán algoritmos eficientes, esta es la denominada clase NP-hard. Los problemas de ruteo, de localización de almacenes múltiples, de layout del almacén, de balanceo de la línea de producción, calendarización, secuenciación de trabajos de producción, etc., pertenecen todos a la clase NP-hard.

2. LA COMPLEJIDAD DE LOS PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

Una máxima muy popular entre los logísticos con experiencia es que "no hay manera de saber si una ruta de reparto está bien diseñada hasta que se da el mismo problema a dos personas distintas y se comparan las soluciones obtenidas". Más que método de comprobación, la máxima defiende implícitamente la ausencia de método en la solución.

Si esto fuera así, se podría resolver el mismo problema dos, tres, diez veces y, aun siendo las soluciones coincidentes, no tener garantías de que cualquiera de ellas es buena (más precisamente, sin saber como se distingue la solución obtenida respecto de la solución óptima).

Esta dificultad se repite en otros problemas logísticos y está originado por la gran complejidad de los mismos, para comprender esto hay que remitirse a la teoría de la programación matemática y la teoría de la complejidad computacional, en las cuales se ha distinguido a los problemas de optimización en dos clases: los problemas de clase P y los de la clase NP, esta agrupación se da en función de los recursos requeridos durante el cálculo para resolver un problema dado. Los recursos más usuales son tiempo (cuántos pasos son necesarios para resolver un problema) y espacio (cuánta memoria es necesaria para resolver un problema).

En términos formales, la clase P consiste de todos aquellos problemas de decisión que pueden ser resueltos en una máquina determinística en un período de tiempo polinomial en función a los datos de entrada. La clase NP consiste de todos aquellos problemas de decisión cuyas soluciones positivas/afirmativas pueden ser verificadas en tiempo polinómico a partir de ser alimentadas con la información apropiada, o en forma equivalente, cuya solución puede ser hallada en tiempo polinómico en una máquina no-determinística.

En forma intuitiva, se puede pensar que los problemas de la clase P sean "fáciles" de resolver, y que un problema de la clase NP es un problema de decisión que es difícil de resolver si no se posee ningún otro dato o información adicional. Sin embargo, si se recibe la información adicional, denominado certificado, entonces el problema puede ser resuelto fácilmente. Por ejemplo en problemas de programación entera, que pertenecen a la clase NP, si se conoce que se cumple el certificado de optimalidad el problema puede resolverse fácilmente. La relación que existe entre las clases P y NP es una pregunta que aún no ha podido ser respondida. En esencia, la pregunta es si ¿P = NP?, la conjetura es que son diferentes pero esto es algo que debe ser

[1] *Sandoya Fernando, M.Sc., Profesor de la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL); Coordinador de Maestrías del Instituto de Ciencias Matemáticas (ICM) en Quito; Coordinador de la carrera Ingeniería en Logística y Transporte ICM – ESPOL. (e_mail: fsandoya@espol.edu.ec)*

demostrado, es más podría ser que la conjetura resulte falsa, el Clay Mathematics Institute lo considera uno de los siete problemas del milenio[1], y el problema más importante en este campo, y ofrece un premio de 1 millón de dólares para quién desarrolle la demostración de esta conjetura.

En una encuesta[2] realizada en el 2002 entre 100 investigadores expertos en el tema, 5 creían que este problema se resolvería entre los años 2002-2009 (al parecer ya fallaron su predicción), 12 que se resolvería entre 2010-2019, el número mayor fue 13 que pensaron que este problema se resolvería entre 2020 y 2029, 5 pensaron que se resolvería entre los años 2220-3000, 5 pensaron que nunca se resolvería, los otros investigadores dieron otros años. En cuanto a lo que creían que era la respuesta a la pregunta si P = NP, 61 creían que la respuesta era NO, 9 creían que la respuesta era SI, 22 no estaban seguros, y 8 creían que la pregunta podía ser independiente de los axiomas actualmente aceptados, y por lo tanto imposible de demostrar por el SI o por el NO.

Intuitivamente si P = NP significaría que: Si es posible verificar "rápidamente" (es decir en tiempo polinómico) soluciones positivas a un problema del tipo SI/NO entonces también se pueden "obtener" las respuestas rápidamente por medio de algún procedimiento.

2.1. UN PROBLEMA DE RUTEO

Los problemas de ruteo, con sus múltiples variantes, son fundamentales en el diseño de rutas de reparto, y buscan optimizar un sistema de distribución física.

La formulación básica del problema del diseño de rutas de reparto es la siguiente: una empresa dispone de una flota de vehículos con base en un almacén para efectuar el reparto a clientes dispersos en una región geográfica determinada; se pretende encontrar aquella configuración de rutas de reparto que minimice algún criterio económico, generalmente el coste total de viaje medido en distancias, tiempo, etc.

Esta formulación es común a una multitud de problemas de optimización combinatoria, como la recogida de correos, la recogida del dinero de cajeros, lectura de medidores de consumo de energía eléctrica, entrega de estados de cuenta, rutas de inspección preventiva, visitas domiciliarias de un médico, etc.

Consideremos uno de los problemas más simples en logística, el problema de ruteo no capacitado, o problema del agente viajero (TSP por las siglas en inglés). El problema es el siguiente: se tiene un depósito desde el cual tiene que salir un vehículo a dar servicio a clientes ubicados en diferentes posiciones, luego de visitar a todos los clientes el vehículo debe regresar finalmente al depósito, el problema es determinar como efectuar el recorrido de tal manera que la distancia total recorrida sea la mínima posible.

A modo de ejemplo consideremos la siguiente tabla de distancias C_{ij} entre los nodos.

TABLA I

La optimización en logística, la complejidad y el sentido común

Distancias entre nodos

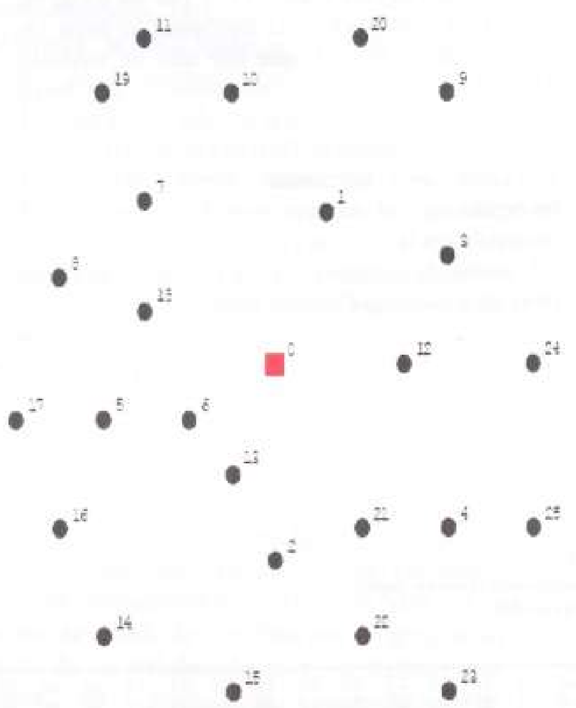
datos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
0	0	15	18	22	25	21	11	21	26	32	25	34	15	11	32	30	29	30	16	32	32	15	27	36	30	34
1	15	0	33	15	32	32	25	21	32	18	16	26	17	26	47	45	42	41	23	28	16	29	39	46	28	38
2	18	33	0	34	20	24	16	36	36	47	43	50	23	9	21	13	25	33	27	47	49	10	12	23	35	30
3	22	15	34	0	25	43	34	35	45	15	29	40	11	32	53	47	51	52	35	43	22	27	36	40	14	27
4	25	32	20	25	0	41	32	46	51	40	47	57	16	25	41	29	45	51	40	57	46	10	14	15	18	10
5	21	32	24	43	41	0	10	21	14	50	34	35	35	16	20	29	11	10	11	30	46	32	36	47	50	51
6	11	25	16	34	32	10	0	21	20	42	30	35	25	7	22	25	18	20	11	32	40	22	28	39	40	41
7	21	21	36	35	46	21	21	0	12	36	14	15	34	27	40	46	32	25	10	11	29	39	47	57	47	54
8	26	32	36	45	51	14	20	12	0	48	26	24	41	27	33	43	23	14	10	18	41	42	48	59	56	60
9	32	18	47	15	40	50	42	36	48	0	25	35	25	43	64	60	60	58	40	40	11	41	51	55	27	41
10	25	16	43	29	47	34	30	14	26	25	0	11	32	35	52	55	45	39	22	15	16	43	52	60	43	53
11	34	26	50	40	57	35	35	15	24	35	11	0	42	41	55	61	46	38	25	7	25	51	60	69	54	64
12	15	17	23	11	16	35	25	34	41	25	32	42	0	22	43	36	43	45	30	43	30	16	25	30	15	21
13	11	26	9	32	25	16	7	27	27	43	35	41	22	0	21	20	21	25	18	38	43	16	21	32	36	35
14	32	47	21	53	41	20	22	40	33	64	52	55	43	21	0	16	11	22	30	50	63	32	30	40	56	51
15	30	45	13	47	29	29	25	46	43	60	55	61	36	20	16	0	25	35	36	57	62	21	16	25	46	38
16	29	42	25	51	45	11	18	32	23	60	45	46	43	21	11	25	0	11	22	40	57	35	36	47	57	55
17	30	41	33	52	51	10	20	25	14	58	39	38	45	25	22	35	11	0	18	32	53	41	45	56	60	61
18	16	23	27	35	40	11	11	10	10	40	22	25	30	18	30	36	22	18	0	21	35	32	39	49	45	49
19	32	28	47	43	57	30	32	11	18	40	15	7	43	38	50	57	40	32	21	0	30	50	58	68	56	64
20	32	16	49	22	46	46	40	29	41	11	16	25	30	43	63	62	57	53	35	30	0	45	55	61	36	49
21	18	29	10	27	10	32	22	39	42	41	43	51	16	16	32	21	38	41	32	50	45	0	10	18	25	20
22	27	39	12	36	14	36	28	47	48	51	52	60	25	21	30	16	36	45	39	58	55	10	0	11	32	22
23	36	46	23	40	15	47	39	57	59	55	60	69	30	32	40	25	47	56	49	68	61	18	11	0	32	18
24	30	28	35	14	18	50	40	47	56	27	43	54	15	36	56	46	57	60	45	56	36	25	32	32	0	15
25	34	38	30	27	10	51	41	54	60	41	53	64	21	35	51	38	55	61	49	64	49	20	22	18	15	0

[1] *Se puede revisar cuales son estos problemas y la convocatoria en http://www.claymath.org/millennium/*

[2] *http://www.cs.umd.edu/~gasarch/papers/poll.pdf*

Los clientes están representados en los nodos 1 a 25, mientras que el nodo etiquetado con cero representa al depósito, desde el cual sale el vehículo. Las distancias están en kilómetros, también se podría trabajar con una tabla de "costos unitarios de transportación", pero estos costos suelen ser aproximadamente proporcionales a la distancia recorrida y por tanto el problema se reduce a un cambio en la escala. Estos nodos están distribuidos geográficamente en el espacio, para el ejemplo esta ubicación se muestra en la Figura 1.

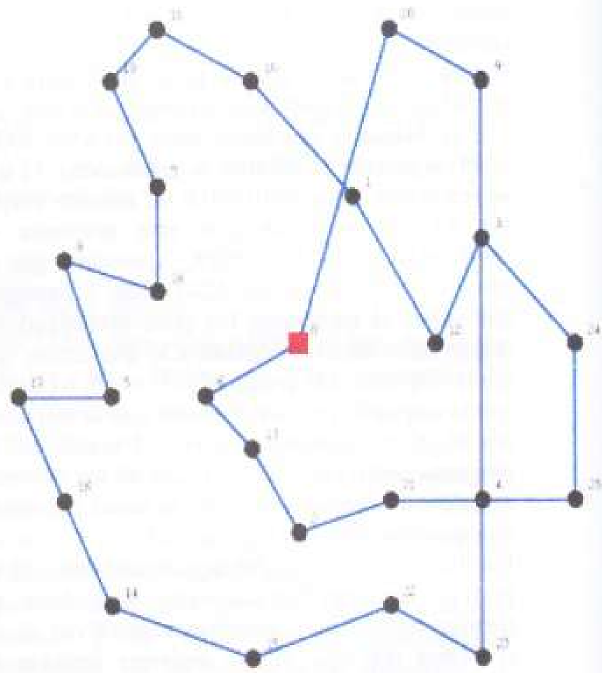
FIGURA 1
La optimización en logística, la complejidad y el sentido común
Ubicación de los clientes, el nodo en rojo indica la posición del depósito



3. SOLUCION CON UN PROCEDIMIENTO BASADO EN EL SENTIDO COMUN

El sentido común generalmente guía a las personas a actuar de la siguiente manera: saldría de la base al cliente ubicado en la posición más cercana y una vez proporcionado el servicio ir a la siguiente posición mas cercana y así sucesivamente hasta tener ruteados a todos los clientes, veamos la solución que se genera por este procedimiento, y la distancia total que se recorre:

FIGURA 2
La optimización en logística, la complejidad y el sentido común
Ruteo obtenido por el procedimiento del vecino más cercano



Distancia total recorrida: 369.7

4. TRATAMIENTO DEL PROBLEMA A TRAVES DEL MODELO MATEMATICO

Formulación del problema

Supóngase que los clientes que debe visitarse son i = 1,…, n e i = 0 hace referencia al depósito. Hay un solo vehículo y cada cliente i solicita servicio. Sea C_{ij} el costo del transporte entre el cliente i y el j.
La formulación del problema de optimización es el siguiente programa lineal entero MIP:

Minimizar $Z = \sum_{i} \sum_{j} c_{ij} \; x_{ij}$

Sujeto a:

$$\sum_{j} x_{ij} = \sum_{i} x_{ij} \quad \text{para } i = 0,\ldots,n \qquad (1)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \square S \square \; \{1,\ldots,n\} \qquad (2)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \forall j \qquad (3)$$

Donde las variables de decisión son:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo visita al cliente j inmediatamente después del cliente i;} \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

La función objetivo minimiza el coste total del transporte sumando las contribuciones de cada arco (*i, j*) sólo cuando éste pertenece en la ruta determinada; la restricción (1) expresa que cada cliente debe ser visitado un vez y que una vez un vehículo ha llegado a un cliente, no se queda allí y va a visitar mas clientes (o regresa al almacén); las restricciones (2) se encargan de eliminar ciclos internos y sub-tours, aprovechando un teorema sobre grafos conexos. Las restricciones (3) indican el carácter binario de las variables de decisión. Es justamente este carácter de variables binarias el que transfiere a todo el problema una complejidad de solución notable y hace arduas la aplicación de conocidos algoritmos de solución de programas enteros (Branch and Bound, planos de corte, descomposición de Benders, etc.).

El método para resolver este problema, obviamente, no puede basarse, por razones de complejidad y tiempo de ejecución, en formulaciones que lleven al óptimo global del problema. Por este motivo existen docenas de algoritmos heurísticos que proporcionan, en un tiempo razonable, una solución también razonablemente buena en algún sentido, los que producen buenos resultados para la mayoría de los problemas, y además son sencillos de aplicar son:

- Método de barrido (Gillet y Millar, 1974)
- Algorítmo de Clarke y Wright (1964)
- Algorítmo de Fisher Y Jaikumar (1981)

Más eficientes, es decir que producen soluciones más cercanas a las óptimas, pero así mismo mas difíciles de implementar son las metaheurísticas, entre las cuales se destacan:

- Recocido simulado
- Búsqueda tabú
- Algoritmos genéticos
- GRASP
- Colonias de hormigas
- Scatter search

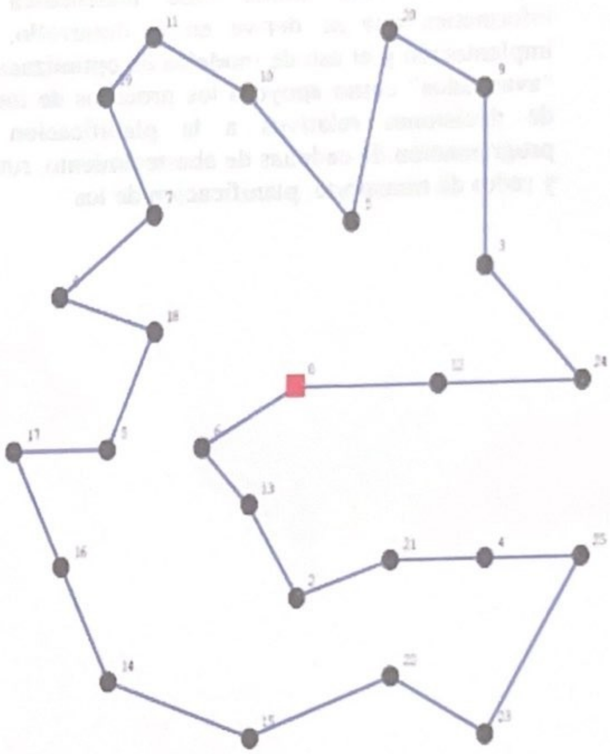
5. SOLUCIÓN CON TABU SEARCH

Observemos en cambio la solución obtenida por medio de un algoritmo basado en búsqueda tabú, y el ahorro que se genera. Para ver una descripción detallada de este procedimiento se puede consultar [1].

FIG 3

La optimización en logística, la complejidad y el sentido común

Ruteo obtenido por un modelo matemático



Distancia total recorrida: 308.2

El ahorro que se genera por utilizar un modelo matemático para optimizar el problema es del 19.95%. Cabe señalar que este problema es muy simple, los problemas que las empresas tienen en sus procesos logísticos son de una altísima complejidad y por tanto esta brecha entre lo obtenido entre una solución basada en el conocimiento empírico y lo obtenido con el análisis científico del problema se amplía considerablemente.

6. CONCLUSIONES

Los problemas que se presentan en la actividad logística de las empresas, incluso los más sencillos como el planteado aquí, no pueden ser resueltos eficientemente utilizando simplemente el sentido común o la experiencia de las personas, sin embargo esta es una práctica común en muchas empresas. El mensaje es claro, con un análisis científico de los problemas estas empresas podrían obtener grandes ahorros en sus costos. Para resolver problemas logísticos se requiere de una sólida base matemática e informática que se derive en el desarrollo, la implantación y el uso de modelos de optimización "avanzados" como apoyo a los procesos de toma de decisiones relativos a la planificación y programación de cadenas de abastecimiento, ruteo y redes de transporte, planificación de los inventarios, organización y planificación de la producción, localización de unidades logísticas y otros problemas logísticos o de optimización de recursos en general, la base para resolver estos problemas es el uso intensivo de las metodologías y de las tecnologías que integran la Investigación de Operaciones. Estamos concientes que este tipo de investigación es desarrollado intensamente en los países desarrollados y que hace parte de su cultura tecnológica y profesional, desafortunadamente esta no es la situación en el Ecuador, donde la Investigación de Operaciones no se destaca como soporte de nuestra cultura de toma de decisiones, lo cual se puede corregir a través del trabajo académico.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

[1]. **SANDOYA F.** (2003.), Revista Matemática, Volumen 2, Número 1: "Una heurística de tipo tabú para resolver el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo suaves".

[2]. **GASARCH W.** (2002), Magazine Computer Science, Vol 11, #3, "The P = NP Poll".

[3]. **SIMCHI-LEVI D.**, et al, Springer (2004). "The Logic of Logistics: Theory, Algorithms, and Applications for Logistics and Supply Chain Management"

[4]. **ROBUSTÉ F.** (2006), Ediciones UPS, Barcelona. "Logística del transporte".

[5]. http.//www.cs.umd.edu/~gasarch/papers/poll.pdf

[6]. http.//www.claymath.org/millennium/