

CONOCIMIENTO Y APTITUD ESCOLÁSTICA COMO OPCIÓN DE INGRESO A UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR ECUATORIANA: EL CASO ESPOL

Granda Marianita¹, Zurita Gaudencio²

Resumen: Desde su fundación en 1958, la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL) aplicó un criterio único para admitir bachilleres a sus claustros: conocimiento. El declinar de su matrícula así como la incursión en carreras que no eran las que tradicionalmente había manejado, la obligó, en 1999, a ensayar nuevos criterios de admisión y se concentró en una prueba de Aptitud Escolástica diseñada por expertos en Educación de su propio seno. En la presente investigación se analiza desde el punto de vista estadístico a la primera cohorte de estudiantes a la que se le aplicó tal prueba, que junto con exámenes de conocimiento pasaron a constituirse en la base de una nueva política de admisión de esta institución de educación superior ecuatoriana. La Población Objetivo de la investigación la constituyen los 251 bachilleres que ese año son admitidos, estudiándose a todos ellos a través de los registros administrativos del Centro de Registro Calificaciones y Estadísticas de la ESPOL. Se inicia el análisis estadístico con la presentación univariada de las características investigadas, luego se hace Análisis Multivariado a través de distribuciones conjuntas y condicionales de pares de variables, independencia lineal y no lineal de variables, Componentes Principales, Correlación Canónica y Análisis de Conglomerados. Al final se ofrecen algunas conclusiones.

Palabras claves: Prueba de Aptitud, ESPOL, Ingeniería, Curso propedéutico

1. INTRODUCCIÓN

Por décadas, las instituciones de educación superior han discutido sobre cual es el mejor modelo, que teniendo en cuenta equidad y justicia social, les permita escoger a los graduados de la educación media que deben ingresar a ellas, para que luego en sus aulas, talleres, laboratorios e interacciones conexas se conviertan en los profesionales que deberán ser en el futuro, los motores del desarrollo socioeconómico de sus correspondientes sociedades.

Algunos pugnan por el libre ingreso a las aulas universitarias, otros por solo un cúmulo de conocimientos, otros por solo pruebas de aptitud escolásticas, también hay quienes propugnan, que basta el currículo colegial del postulante como también los hay quienes propugnan combinaciones de cada una de los requisitos previamente enunciados.

En la superpotencia única que hoy existe en el mundo, las autoridades académicas o administrativas de sus universidades no necesitan físicamente "ver" a los postulantes, les basta mirar el "score" que obtienen en la prueba de aptitud escolástica que ellos denominan SAT y además revisan cual fue el rendimiento académico del estudiante en

el colegio y es en base a esta información que deciden si alguien es admitido.

La Escuela Superior Politécnica del Litoral, ESPOL, es una institución de educación superior localizada en Guayaquil, Ecuador, que hasta hace menos de diez años solo admitía en sus claustros, a bachilleres por medio de pruebas de conocimientos. Nuevas realidades así como el declinar de su matrícula hizo reflexionar a esta institución sobre la posibilidad de ofrecer carreras fuera de la tradición politécnica y sobre todo, revisar su sistema de admisión, llegando a implantar desde 1999, una Prueba de Aptitud que ha permitido rescatar para ella algunas decenas de bachilleres. Lo usual hasta 1999 fue administrar un examen de conocimiento al que se denominó "Examen de Ingreso" y quienes no lo aprobaban, tenían la posibilidad de esperar otro de aquellos "exámenes" o tomar un curso propedéutico denominado "Curso Prepolitécnico"; esta última opción era la que mayoritariamente proveía de estudiantes a aquella institución. En el Gráfico 1 se ve un poco de esta historia desde 1973 hasta 2004; de igual forma, en la Tabla I se presenta la cantidad anual de ingresantes. Todo esto es referido a las ingenierías que dictan las distintas facultades de esta politécnica. Nótese la escasa capacidad de retención de bachilleres aspirantes a ser ingenieros.

Este trabajo presenta los resultados de una investigación sobre la implantación de este nuevo criterio en el sistema de admisión de ESPOL.

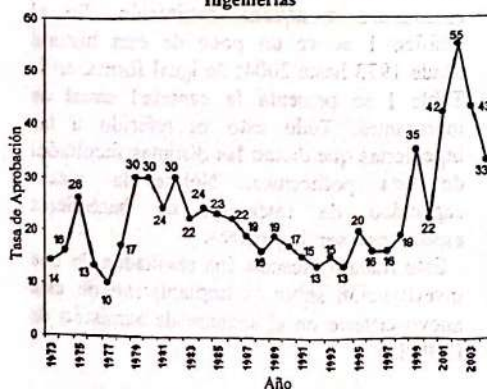
¹Granda Marianita, Ingeniera en Estadística Informática, investigadora asociada al Centro de Estudios e Investigaciones Estadísticas ICM-ESPOL; (e-mail: lganda@espol.edu.ec)

²Zurita Gaudencio, M. Sc. en Estadística, Profesor de la Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL), Director del Centro de Estudios e Investigaciones Estadísticas ICM-ESPOL; (e-mail: gzurita@espol.edu.ec)

TABLA I
*Conocimiento y Aptitud Escolástica
 como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
 Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*
 Aspirantes a Ingresar a Ingenierías de la ESPOL con
 la modalidad de Ingreso: Primer Curso Pre
 Politécnico

Año	Aspirantes a Ingresar a Ingenierías de la ESPOL	Admitidos	Proporción de admitidos
1973	394	57	0.145
1974	428	68	0.159
1975	427	113	0.265
1976	671	85	0.127
1977	618	60	0.097
1978	705	120	0.170
1979	640	191	0.298
1980	846	257	0.304
1981	985	232	0.236
1982	919	274	0.298
1983	920	198	0.215
1984	934	220	0.236
1985	1131	257	0.227
1986	1178	257	0.218
1987	1199	232	0.193
1988	1348	220	0.163
1989	1514	291	0.192
1990	1413	237	0.168
1991	1615	245	0.152
1992	1375	175	0.127
1993	1249	184	0.147
1994	1286	162	0.126
1995	1059	208	0.196
1996	1155	190	0.165
1997	1123	181	0.161
1998	1084	201	0.185
1999	764	266	0.348
2000	643	141	0.219
2001	478	201	0.421
2002	577	319	0.553
2003	693	298	0.430
2004	562	184	0.327

GRÁFICO 1
*Conocimiento y Aptitud Escolástica
 como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
 Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*
 Tasa de Aprobación
 por Cada Cien Aspirantes del Prepolitécnico de
 Ingenierías



Fuente: Oficina de Ingreso de la ESPOL [9]

2.- UN NUEVO SISTEMA DE ADMISIÓN.

Como queda establecido, la Población Objetivo de este estudio la constituye la cohorte de bachilleres que ingresaron a la ESPOL en el primero y segundo semestre del año 1999 luego de aprobar el primer curso propedéutico de ese año, a las ingenierías que se dictan en sus distintas facultades; el número N de estudiantes que cumplen con este requisito es doscientos cincuenta y uno, 251, habiéndose obtenido los datos a ser analizados en este trabajo, de los registros administrativos del Centro de Registros Calificaciones y Estadísticas (CRECE) de la ESPOL y de su Oficina de Admisión, a Enero de 2004. De todos los estudiantes fue factible conseguir los datos requeridos, y por tanto la *Población Objetivo* y la *Población Investigada* coinciden. La razón por la que se escogió esta particular cohorte es debido a que ella constituye el primer grupo humano que en la ESPOL ingresó sin que se tome en cuenta solo su nivel de conocimiento en ciencias exactas y naturales, sino que se les permitió que muestren su aptitud en otros aspectos.

3.- CARACTERÍSTICAS GENERALES DE LOS MIEMBROS DE LA COHORTE EN ESTUDIO

En la cohorte considerada solo el 11.2% son bachilleres de género femenino y sus edades a mayo de 1999 tienen un distribución cuya media es de 18.69 años y error estándar 0.10 años. Su sesgo es positivo y su tercer cuartil llega a 19.12. Se postula la hipótesis de normalidad para la edad de los bachilleres en estudio, pero tal cual lo había denunciado, en el Cuadro 1, el valor del sesgo, el supuesto de normalidad es rechazado, con un valor p igual a cero, con tres decimales de precisión. Véase Cuadro 2.

El 71% de los investigados es nacido en el cantón Guayaquil y el 29% restante se distribuye entre ciudades aledañas, apenas el 6% es de la Sierra ecuatoriana y el 1.8% del Oriente, un poco superior a los extranjeros que son el 1.2%. La medida clasificatoria de la posición socioeconómica denominada Factor p tiene un valor promedio de 9.75 ± 0.40 . Entre la fecha de graduación del colegio su ingreso a la ESPOL transcurrieron en promedio 0.53 ± 0.06 años. El 32.4% son bachilleres de colegios fiscales, 37.6% particulares laicos, 23.4% provienen de colegios religiosos, "otros" se lleva el 6.6% restante. Setenta y tres de cada cien bachilleres son de especialización en Física y Matemáticas; ocho en Electricidad, el resto

cubre una amplia variedad de especializaciones.

Al 39,4% de los estudiantes miembros de la población objetivo les fue suficiente sus calificaciones en las pruebas de conocimiento para ser admitidos en la ESPOL, el 59,4% se vieron beneficiados por la adopción de la Prueba de Aptitud en el Sistema de Admisión. El escaso 1,2% de estudiantes ingresaron después de un cuidadoso estudio por parte de la Comisión de Ingreso de esta institución.

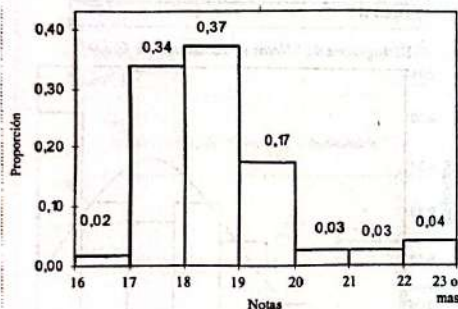
CUADRO 1

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Distribución de Edad al Ingresar a la ESPOL

Edad (en años, a Mayo de 1999)	Proporción
[16, 18)	0.357
[18, 20)	0.545
[20, 22)	0.056
22 o más	0.042
Total	1.000

Histograma de Edad al Ingresar a la ESPOL



Estadística Descriptiva de Edad al Ingresar a la ESPOL

N	251
Media	18.691
Moda	17.663
Varianza	2.271
Desviación Estándar	1.507
Error Estándar	0.095
Sesgo	3.004
Kurtosis	13.65
Min.	16.471
Máx.	28.863
Cuartil 1	17.660
Mediana	18.315
Cuartil 3	19.122

CUADRO 2

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Bondad de Ajuste (K-S), Edad al Ingresar a la ESPOL

H_0 : La Edad al Ingresar a la ESPOL de la cohorte de estudiantes que aprobaron ese año puede ser modelada como una distribución $N(18.70; 2.30)$

vs.

H_1 : No es verdad H_0 .

$$Sup_{edad} = |\hat{F}(x_{edad}) - F_0(x_{edad})| = 0.165$$

Valor p (dos colas) = 0.000

4.- COMPORTAMIENTO ACADÉMICO EN EL COLEGIO Y EN LOS CURSOS PREPOLITÉCNICOS DE LOS BACHILLERES CONSIDERADOS.

Para cada bachiller se obtuvo el promedio de sus notas de primero a quinto curso de colegio, encontrándose que dicha característica tiene una media de 17.50 ± 0.09 , en una escala de cero a veinte, véase Cuadro 3; el Cuadro 4 presenta los valores estadísticos que distinguen a la característica promedio de notas en el último año de colegio (sexto curso) mientras que el Cuadro 5 muestra lo que estadísticamente son las notas de los exámenes de grado; y, el Cuadro 6 las notas de los trabajos prácticos o de investigación en el colegio. El Cuadro 7 representa a la nota que finalmente obtuvo el bachiller al graduarse.

CUADRO 3

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Estadística descriptiva de Notas de 1° a 5° Curso

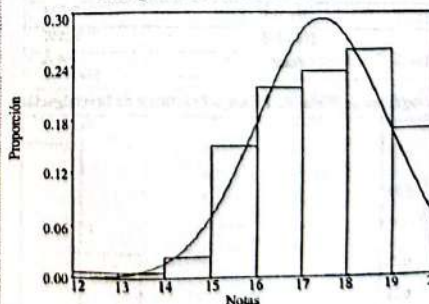
Distribución de Frecuencias

Notas de 1° a 5°	Proporción
Menos de 14	0.012
[14, 15)	0.023
[15, 16)	0.141
[16, 17)	0.203
[17, 18)	0.220
[18, 19)	0.243
[19, 20]	0.158
Total	1.000

Estadística Descriptiva

Media	17.50
Moda	16.69
Varianza	1.99
Desviación Estándar	1.41
Error Estándar	0.09
Sesgo	-0.39
Kurtosis	-0.36
Min.	12.84
Máx.	20.00
Cuartil 1	16.43
Mediana	17.73
Cuartil 3	18.60

Histograma de Notas de 1° a 5° Curso



CUADRO 4

*Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*

Estadística descriptiva de Notas de 6° Curso

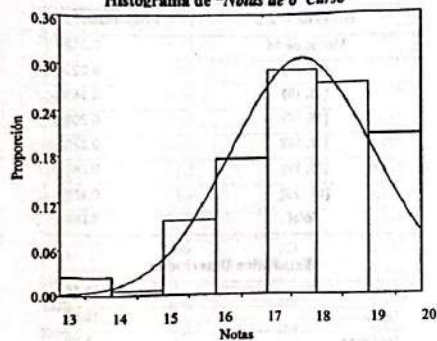
Distribución de Frecuencias

Nota de 6° curso	Proporción
Menos de 14	0.023
[14, 15)	0.008
[15, 16)	0.090
[16, 17)	0.164
[17, 18)	0.271
[18, 19)	0.254
[19, 20]	0.192
Total	1.000

Estadística Descriptiva

Media	17.876
Moda	17.000
Varianza	1.967
Desviación Estándar	1.402
Error Estándar	0.088
Sesgo	-0.450
Kurtosis	-0.155
Mínimo	13.420
Máximo	20.000
Cuartil 1	16.828
Mediana	17.790
Cuartil 3	18.708

Histograma de "Notas de 6° Curso"

**CUADRO 5**

*Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*

Estadística descriptiva de Exámenes de Grado

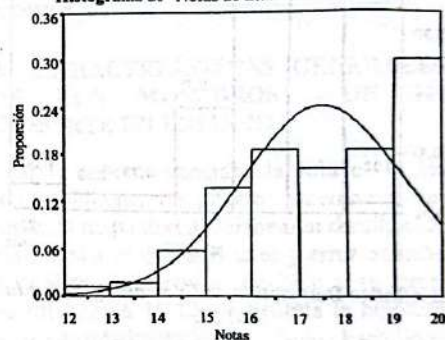
Distribución de Frecuencias

Notas	Proporción
Menos de 14	0.028
[14, 15)	0.056
[15, 16)	0.130
[16, 17)	0.175
[17, 18)	0.153
[18, 19)	0.175
[19, 20]	0.283
Total	1.000

Estadística Descriptiva

Media	17.47
Moda	20.00
Varianza	3.31
Desviación Estándar	1.82
Error Estándar	0.12
Sesgo	-0.38
Kurtosis	-0.64
Mín.	12.25
Máx.	20.00
Cuartil 1	16.00
Mediana	17.75
Cuartil 3	19.00

Histograma de "Notas de Exámenes de Grado"

**CUADRO 6**

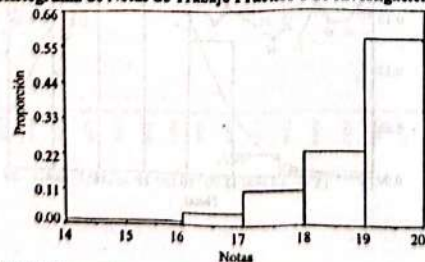
*Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*

Estadística descriptiva de Notas de Trabajo Práctico o de Investigación

Distribución de Frecuencias

Trabajo Práctico o Investigación	Proporción
[14, 15)	0.011
[15, 16)	0.011
[16, 17)	0.040
[17, 18)	0.113
[18, 19)	0.237
[19, 20]	0.588
Total	1.000

Histograma de Notas de Trabajo Práctico o de Investigación



Estadística Descriptiva

Media	18.843
Moda	20.000
Varianza	1.731
Desviación Estándar	1.316
Error Estándar	0.083
Sesgo	-1.128
Kurtosis	1.005
Mín.	14.000
Máx.	20.000
Cuartil 1	18.000
Mediana	19.000
Cuartil 3	20.000

CUADRO 7

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Estadística Descriptiva de Notas de Graduación

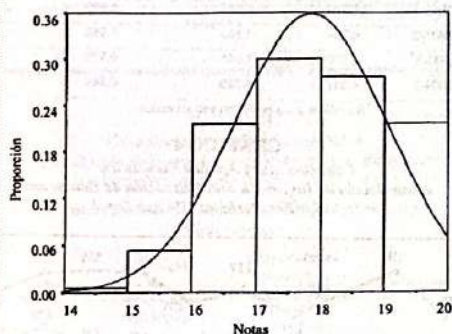
Distribución de Frecuencias

Nota de Graduación	Proporción
[14, 15)	0.006
[15, 16)	0.051
[16, 17)	0.202
[17, 18)	0.281
[18, 19)	0.258
[19, 20]	0.202
Total	1.000

Estadística Descriptiva

Media	17.856
Moda	18.280
Varianza	1.270
Desviación Estándar	1.127
Error Estándar	0.071
Sesgo	-0.176
Kurtosis	-0.631
Mín.	15.200
Máx.	20.000
Cuartil 1	16.989
Mediana	17.875
Cuartil 3	18.728

Histograma de "Notas de Graduación"

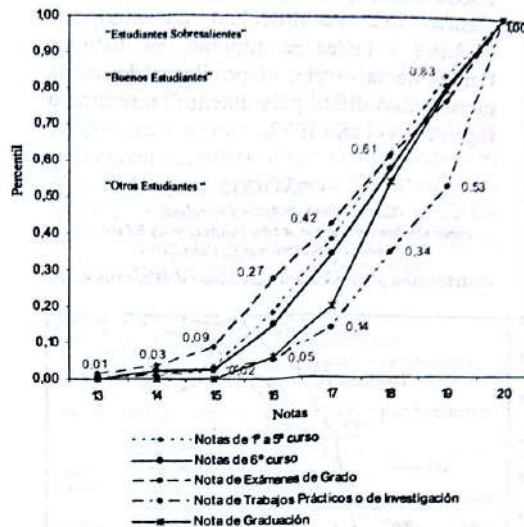


En el Gráfico 2, se presenta la distribución acumulada de las variables relativas al colegio, donde destacan como "difícil" los exámenes de grado y menor dificultad los trabajos prácticos o de investigación. En este gráfico, calificamos como "buenos estudiantes" a todos aquellos elementos de la cohorte que tienen notas entre el percentil setenta y el noventa, los que están bajo el percentil setenta los llamamos "otros" y denominamos "sobresalientes" a los que rebasen al percentil noventa. Nótese que estas notas van desde un mínimo de trece hasta un máximo de veinte, en la escala horizontal.

GRÁFICO 2

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Distribución acumulada de las Notas del Colegio



En el Curso Prepolitécnico se dictan cursos de Matemáticas, Física y Química para quienes deben ingresar a las facultades de ingeniería y en el Cuadro 8, se presentan esos resultados de manera conjunta.

CUADRO 8

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Estadística Descriptiva de Notas del Prepolitécnico

Distribución de Frecuencias

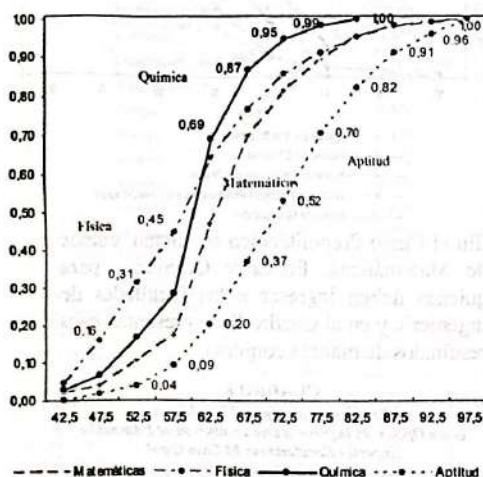
Notas	Nota de Matemáticas	Nota de Física	Nota de Química
[40, 50)	0.038	0.16	0.028
[50, 60)	0.131	0.286	0.136
[60, 70)	0.526	0.319	0.526
[70, 80)	0.197	0.146	0.258
[80, 90)	0.089	0.075	0.052
[90, 100]	0.019	0.014	0.000
Total	1.000	1.000	1.000

Estadística Descriptiva

	Nota de Matemáticas	Nota de Física	Nota de Química
Media	65.911	61.394	61.596
Moda	60.000	60.000	61.000
Varianza	95.770	136.485	58.289
Desviación Estándar	9.786	11.683	7.635
Error Estándar	0.617	0.737	0.482
Sesgo	0.342	0.480	-0.179
Kurtosis	0.513	-0.244	0.630
Mín.	41.000	40.000	40.000
Máx.	98.000	95.000	82.000
Cuartil 1	60.000	53.000	58.000
Mediana	65.000	60.000	61.000
Cuartil 3	71.000	69.000	66.000

En el Gráfico 3 se muestran las distribuciones acumuladas de las variables relacionadas con el "Ingreso a la ESPOL", incluida la nota que se obtiene por "Aptitud Escolástica", que de paso es la que presenta menos grado de dificultad, en tanto que Química y Física se disputan, en distintos rangos de la escala, el privilegio de ser la materia mas difícil para quienes ingresaron a ingenierías el año 1999.

GRÁFICO 3
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución acumulada de las Notas del Prepolitécnico



5.- EFICIENCIA Y DESERCIÓN COMO ESTUDIANTES DE NIVEL SUPERIOR.

Una vez convertidos en estudiantes de nivel superior, a los entes investigados les observamos su eficiencia, definiéndola como el cociente, porcentual, entre la cantidad de materias que aprueban por semestre para el número de materias en que se registran, "toman", en el mismo período, lo cual se refleja en el Tabla II y Gráfico 4. Durante su primer semestre toman en promedio 4.55 materias por persona; en el segundo, sube este valor a 5.1, luego de lo cual se mantiene siempre mayor a cuatro, y en casos extremos, ligeramente superior a cinco. La brecha entre materias aprobadas y "tomadas" se incrementa en el segundo semestre, para estabilizarse en un patrón ligeramente decreciente a medida que la población objetivo envejece. El máximo número de materias reprobadas ocurre en el segundo semestre, que también es el período en que toman mas materias, el mínimo ocurre en el segundo semestre de 2003, que es el penúltimo semestre considerado. Nótese que

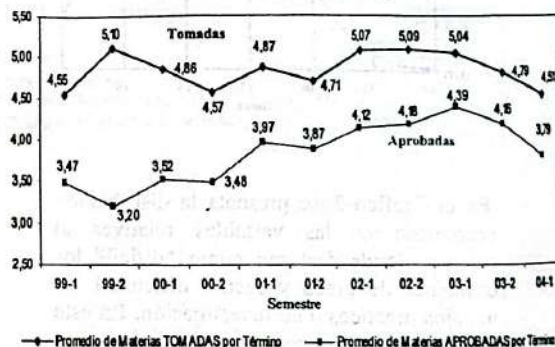
aun en el último semestre, luego de cinco años y medio de que ingresaron, continúan perdiendo materias, en definitiva ni aun en esa etapa, se acercan al 100% de eficiencia. Considerando sólo los períodos de clases regulares y no los vacacionales, la eficiencia máxima, 87%, ocurre en el primer semestre de 2003 y la mínima, 63%, se da en el segundo semestre de su estadía como estudiantes politécnicos.

TABLA II
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Año-Semestre	A _i Promedio de Materias TOMADAS por Término	B _i Promedio de Materias APROBADAS por Término	(A _i / B _i) EFICIENCIA ACADÉMICA por Término	A _i - B _i Promedio de Materias REPROBADAS por Término
1999-1	4.548	3.472	0.763	1.076
1999-2	5.101	3.201	0.628	1.900
1999-3*	1.255	1.159	0.924	0.096
2000-1	4.857	3.522	0.725	1.335
2000-2	4.571	3.484	0.762	1.087
2000-3*	1.203	1.197	0.995	0.006
2001-1	4.871	3.966	0.814	0.905
2001-2	4.706	3.869	0.822	0.837
2001-3*	1.187	1.164	0.981	0.023
2002-1	5.066	4.120	0.813	0.946
2002-2	5.094	4.179	0.820	0.915
2002-3*	1.187	1.164	0.981	0.023
2003-1	5.042	4.387	0.870	0.655
2003-2	4.794	4.163	0.868	0.631
2003-3*	1.070	1.048	0.979	0.022
2004-1	4.511	3.789	0.840	0.722

*Se refiere a los períodos vacacionales

GRÁFICO 4
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol



De los 251 estudiantes bajo consideración todos se registraron en alguna materia en la ESPOL el año 1999, esto es, no solo adquirieron su derecho a ingresar sino que hicieron uso de tal privilegio; mas, no todos lo hicieron el primer semestre, tan solo un 98.6% así lo hizo, y como se puede observar

en el Gráfico 5 existe un decrecimiento sostenido del número de elementos de la cohorte que permanece como estudiantes, a tal punto que al final del primer semestre de 2004 ya han dejado la ESPOL, treinta y ocho de cada cien ingresantes; sin embargo, debe considerarse que no todo ausente es realmente un “desertor” ya que a finales del periodo considerado, algunos se habrán graduado. Si se mira la tercera y cuarta columnas de la Tabla III, las dos últimas de sus filas, difieren ya que a los registrados se le deben agregar quienes se han graduado.

GRÁFICO 5

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Proporción de Estudiantes Registrados por Término

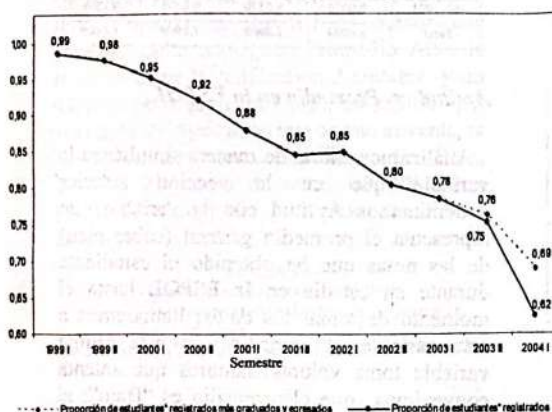


TABLA III

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Proporción de Estudiantes Registrados y de
Deserciones

Año-Semestre	Proporción de estudiantes registrados	Proporción de estudiantes registrados, graduados y egresados	Deserción
1999-1	0.986	0.986	0.014
1999-2	0.977	0.977	0.023
2000-1	0.953	0.953	0.047
2000-2	0.920	0.920	0.080
2001-1	0.878	0.878	0.122
2001-2	0.845	0.845	0.150
2002-1	0.850	0.850	0.155
2002-2	0.803	0.803	0.197
2003-1	0.784	0.784	0.216
2003-2	0.751	0.761	0.239
2004-1	0.624	0.690	0.310

La Tabla IV clasifica a los ingresantes como “Conocimiento” y “Aptitud”, siendo los primeros, “Conocimiento”, aquellos quienes no necesitaron de la prueba de aptitud para ingresar y les bastó su examen de conocimiento; “Aptitud” aquellos que no

completaron su nota de ingreso solo con conocimiento y necesitaron complementarla con la prueba de aptitud.

Nótese que es recién en el cuarto semestre cuando se produce la primera deserción de los que aprobaron sin ayuda de la Prueba de Aptitud, antes de aquello ya habían desertado 5.5% de los que ingresaron “ayudados” por su “Aptitud” y ese valor se acumula a 8.7% en el semestre considerado, hasta al final del periodo en consideración, ya han desertado el 35.8% de quienes utilizaron “Aptitud” para ingresar; en el mismo periodo, solo el 22.5% de los que ingresaron sin hacer uso de su “Prueba de Aptitud” habían desertado.

TABLA IV

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol

Proporción de estudiantes registrados por Semestre
por Forma de Ingreso

Año-Semestre	Proporción de Registrados		Deserción	
	Conocimiento	Aptitud	Conocimiento	Aptitud
1999-1	1.000	1.000	0.000	0.000
1999-2	1.000	0.984	0.000	0.016
2000-1	1.000	0.945	0.000	0.055
2000-2	0.964	0.913	0.036	0.087
2001-1	0.940	0.858	0.060	0.142
2001-2	0.916	0.827	0.084	0.173
2002-1	0.928	0.827	0.072	0.173
2002-2	0.892	0.772	0.108	0.228
2003-1	0.880	0.748	0.120	0.252
2003-2	0.827	0.732	0.173	0.268
2004-1	0.775	0.642	0.225	0.358

6.-CRUCES BIVARIADOS

En esta sección se analizan de manera simultánea dos variables, una de las cuales es necesariamente la nota que obtuvieron los miembros de la cohorte estudiada en el Examen de Aptitud. Se presentará la distribución conjunta $f(x,y) = P(X=x, Y=y)$ de dos variables X y Y así como la distribución condicional de X , dado un valor de Y , $f_{x/y}$; y, la distribución de Y , dado que se conoce un valor de X , $f_{y/x}$.

Aptitud vs. Notas del bachillerato

En esta discusión simplificaremos con la palabra “Aptitud” a la nota que cada postulante obtiene, sobre cien, en el examen de aptitud; la otra variable representa a la nota promedio alcanzada, de primero a quinto curso de bachillerato y la abreviaremos como “Bachillerato”. La Tabla V representa la distribución conjunta de las variables consideradas, así como las correspondientes

marginales; nadie ha obtenido al mismo tiempo aptitud menor o igual a sesenta y Bachillerato menor o igual a setenta, pero el 1.18% de la cohorte tiene aptitud entre sesenta y setenta y Bachillerato menor a setenta. Miremos a la columna cuarta de la tabla de distribución conjunta, Bachillerato entre ochenta y noventa, que es donde se concentra el 43.53% de la población, en esta columna destaca el 15.88% que como característica tiene además, entre setenta y ochenta en aptitud. La marginal de Aptitud nos permite conocer que la concentración mayor se da en el rango de setenta a ochenta (34.71%) seguida por el rango de sesenta a setenta (28.24%).

TABLA V
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta de
Aptitud y Bachillerato

Aptitud	Bachillerato				Marginal de Aptitud
	70 o menos	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]	
(48, 60]	0.0000	0.0294	0.0471	0.0118	0.0882
(60, 70]	0.0118	0.0706	0.1294	0.0706	0.2824
(70, 80]	0.0000	0.0294	0.1588	0.1588	0.3471
(80, 90]	0.0000	0.0235	0.0706	0.1000	0.1941
(90, 100]	0.0000	0.0059	0.0294	0.0529	0.0882
Marginal de Bachillerato	0.0118	0.1588	0.4353	0.3941	1.0000

En la Tabla VI se han construido las distribuciones condicionales de Bachillerato dado que se conoce el valor que toma Aptitud. En la misma podemos apreciar que dado que obtienen "bajas" notas en Aptitud (entre cuarenta y ocho y sesenta), mas del 50% de estos obtienen entre ochenta y noventa en Bachillerato, solo el 13.33% obtiene entre noventa y cien y el 33.33% consiguen puntuación entre setenta y ochenta en Bachillerato.

TABLA VI
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Bachillerato dada la
Aptitud

Aptitud	Bachillerato				Total
	70 o menos	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]	
(48, 60]	0.0000	0.3333	0.5333	0.1333	1.0000
(60, 70]	0.0417	0.2500	0.4583	0.2500	1.0000
(70, 80]	0.0000	0.0847	0.4576	0.4576	1.0000
(80, 90]	0.0000	0.1212	0.3636	0.5152	1.0000
(90, 100]	0.0000	0.0667	0.3333	0.6000	1.0000

Los estudiantes que en Bachillerato obtuvieron calificaciones de setenta o menos también obtuvieron como Aptitud un puntaje menor a esta calificación. Entre los

estudiantes que en el Bachillerato presentan calificaciones mayores que noventa solo el 13% alcanza el mismo nivel en la Aptitud, la mayor proporción de ellos, 0.40, ubica su calificación en el intervalo de setenta a ochenta. Véanse más detalles en la Tabla VII.

TABLA VII
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Aptitud dado el
Bachillerato

Aptitud	Bachillerato			
	70 o menos	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]
(48, 60]	0.0000	0.1852	0.1081	0.0299
(60, 70]	1.0000	0.4444	0.2973	0.1791
(70, 80]	0.0000	0.1852	0.3649	0.4030
(80, 90]	0.0000	0.1481	0.1622	0.2537
(90, 100]	0.0000	0.0370	0.0676	0.1343
Total	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Aptitud vs. Promedio en la ESPOL

Analizamos ahora de manera simultánea la variable que en la sección anterior denominamos Aptitud con la variable que representa el promedio general (sobre cien) de las notas que ha obtenido el estudiante durante su estadía en la ESPOL hasta el momento de tomar los datos; llamaremos a esta variable "Promedio"; si esta última variable toma valores menores que setenta convenimos que el promedio es "Bajo"; si toma valores mayores o iguales que setenta pero menores que ochenta y cinco lo llamaremos "Aceptable" y finalmente si el promedio es mayor o igual que ochenta y cinco llamaremos "Alto" al promedio.

En la Tabla VIII es evidente que el 62% de la población tiene un Promedio Aceptable, el medio por mil Promedio Alto y el 37.5% Promedio Bajo. Todos los que lograron Promedio Alto, habían obtenido también calificación muy alta en Aptitud; no existen elementos en la población considerada que teniendo notas inferiores a noventa en la prueba de Aptitud, consigan un Promedio Alto en su carrera universitaria. El grupo que es cuantitativamente mas importante, es aquel que teniendo el valor de Aptitud entre setenta y ochenta, consiguen promedio aceptable, ellos constituyen el 19% de la población bajo estudio.

Nótese que la distribución de probabilidad marginal de Aptitud presentada en la Tabla VIII difiere de la que aparece en la Tabla V, esto se debe a que no todos los estudiantes investigados tenían un Promedio asignado por la ESPOL ya que durante su estancia en esta institución no aprobó materia alguna.

TABLA VIII

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta
Aptitud vs. Promedio en la ESPOL

Aptitud	Promedio			Marginal de Aptitud
	Bajo	Aceptable	Alto	
(48, 60]	0.0450	0.0600	0.0000	0.1050
(60, 70]	0.1350	0.1650	0.0000	0.3000
(70, 80]	0.1300	0.1900	0.0000	0.3200
(80, 90]	0.0400	0.1500	0.0000	0.1900
(90, 100]	0.0250	0.0550	0.0050	0.0850
Marginal de Promedio	0.3750	0.6200	0.0050	1.0000

La Tabla IX presenta las distribuciones condicionales de Promedio dado que se conoce el valor que toma Aptitud. Cuando la nota obtenida en Aptitud es menor que sesenta, nadie consigue Promedio Alto, la mayoría tiene la calificación Aceptable y un 42.86% tiene Promedio bajo; en cambio que si la nota de Aptitud es mayor que noventa, si hay personas que tienen Promedio Bajo, 29.41%, el grueso de estos, 64.71%, tiene promedio Aceptable y apenas un 5.88% tienen Promedio Alto.

TABLA IX

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional del Promedio en la ESPOL
dada la Aptitud

Aptitud	Promedio			Total
	Bajo	Aceptable	Alto	
(48, 60]	0.4286	0.5714	0.0000	1.0000
(60, 70]	0.4500	0.5500	0.0000	1.0000
(70, 80]	0.4063	0.5938	0.0000	1.0000
(80, 90]	0.2105	0.7895	0.0000	1.0000
(90, 100]	0.2941	0.6471	0.0588	1.0000

Consideremos ahora las distribuciones condicionales de Aptitud dado que se conoce Promedio, Tabla X; el 12% de quienes tienen Promedio Bajo son estudiantes que obtuvieron Aptitud menor o igual que sesenta, de igual forma 36% de quienes obtuvieron Bajo en el valor de "Promedio" tienen notas de Aptitud entre sesenta y setenta, en tanto que 6.67% de estos, obtuvieron muy alta nota en Aptitud. Nótese que el 100% de quienes obtienen Alto Promedio, son aquellos que han obtenido noventa o mas en Aptitud.

TABLA X

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de
Aptitud dado el Promedio en la ESPOL

Aptitud	Promedio		
	Bajo	Aceptable	Alto
(48, 60]	0.1200	0.0968	0.0000
(60, 70]	0.3600	0.2661	0.0000
(70, 80]	0.3467	0.3065	0.0000
(80, 90]	0.1067	0.2419	0.0000
(90, 100]	0.0667	0.0887	1.0000
Total	1.0000	1.0000	1.0000

Aptitud vs. Eficiencia

La variable Eficiencia que hemos definido anteriormente se la representa por una proporción. En la distribución conjunta de estas dos variables, que presentamos en la Tabla XI, llamamos "Alta" a la Eficiencia mayor o igual a 0.85; "Media" a aquella mayor o igual que 0.70 pero menor que 0.85; "Baja" si es menor que 0.70 pero mayor o igual que 0.50 y "No Deseable" si la Eficiencia es menor que 0.50. En esta tabla se nota que solo el 31.86% de la población tiene un Eficiencia Alta y que menos del uno por ciento tiene la doble condición de Baja Aptitud y Alta Eficiencia, en tanto que el 4.41% es altamente eficiente y tiene altas notas en Aptitud. 10.78% son altamente eficientes y tienen notas entre setenta y ochenta en Aptitud.

TABLA XI

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta de Aptitud y Eficiencia

Aptitud	Eficiencia				Marginal de Aptitud
	No Deseable	Baja	Media	Alta	
(48, 60]	0.0294	0.0343	0.0392	0.0049	0.1078
(60, 70]	0.0686	0.0686	0.0931	0.0637	0.2941
(70, 80]	0.0686	0.0784	0.0637	0.1078	0.3186
(80, 90]	0.0294	0.0294	0.0392	0.0980	0.1961
(90, 100]	0.0147	0.0098	0.0147	0.0441	0.0833
Marginal de Eficiencia	0.2108	0.2206	0.2500	0.3186	1.0000

La Tabla XII nos deja ver que quienes tienen Baja Aptitud (sesenta o menos) en un 27.27% poseen Eficiencia No Deseable; sin embargo un 4.55% de aquellos logran Alta Eficiencia; resulta interesante anotar que el 17.65% de quienes obtienen mas de noventa puntos en Aptitud tienen Eficiencia No Deseable, pero debe reconocerse que la mayoría de quienes tienen mas de noventa en Aptitud tienen Alta Eficiencia.

TABLA XII
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de
Eficiencia dada la Aptitud

Aptitud	Eficiencia				Total
	No deseable	Baja	Media	Alta	
(48, 60]	0.2727	0.3182	0.3636	0.0455	1.0000
(60, 70]	0.2333	0.2333	0.3167	0.2167	1.0000
(70, 80]	0.2154	0.2462	0.2000	0.3385	1.0000
(80, 90]	0.1500	0.1500	0.2000	0.5000	1.0000
(90, 100]	0.1765	0.1176	0.1765	0.5294	1.0000

Analicemos ahora qué valores de "Aptitud" tomaron quienes tienen Eficiencia No Deseable; el 13.95% de ellos tienen Aptitud menor o igual a sesenta; véase Tabla XIII; para el 32.56% su Aptitud oscila entre sesenta y setenta, con igual porcentaje para quienes tienen Aptitud entre setenta y ochenta; existe un 6.98% de los estudiantes con Eficiencia No Deseable, a pesar de que su Aptitud fue valorada como mayor a noventa.

TABLA XIII
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Aptitud
dada la Eficiencia

Aptitud	Eficiencia			
	No deseable	Baja	Media	Alta
(48, 60]	0.1395	0.1556	0.1569	0.0154
(60, 70]	0.3256	0.3111	0.3725	0.2000
(70, 80]	0.3256	0.3556	0.2549	0.3385
(80, 90]	0.1395	0.1333	0.1569	0.3077
(90, 100]	0.0698	0.0444	0.0588	0.1385
Total	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Aptitud vs. Repetición

Llamaremos "Repetición" a la variable que cuantifica el número de veces, que durante su vida estudiantil en la ESPOL, un individuo de la Población Objetivo ha tomado en tres o cuatro ocasiones una misma materia; como puede verse en la Tabla XIV, el 44.61%, nunca llegó a tomar una materia por tercera o cuarta vez mientras que el 15.69% lo han hecho por cuatro o mas ocasiones.

En la Tabla XV se analiza cual es la composición de quienes tienen Aptitud menor o igual a sesenta; 18.18% nunca llegó a tercera o cuarta vez; el mismo porcentaje llegó a tal estado una ocasión; el 22.73% estuvo en esa condición dos o tres veces; y, 40.91% de quienes obtuvieron bajas notas en Aptitud llegaron a esta condición cuatro o mas veces en su carrera universitaria. Nótese que quienes tienen Aptitud mayor a

noventa en un 64.71% jamás llegó a tomar materias por tercera o cuarta vez.

TABLA XIV
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta de Aptitud y Repetición

Aptitud	Repetición				Marginal de Aptitud
	Cero veces	Una vez	2 ó 3 veces	4 o más veces	
(48, 60]	0.0196	0.0196	0.0245	0.0441	0.1078
(60, 70]	0.1078	0.0539	0.0833	0.0490	0.2941
(70, 80]	0.1422	0.0490	0.0784	0.0490	0.3186
(80, 90]	0.1225	0.0343	0.0343	0.0049	0.1961
(90, 100]	0.0539	0.0098	0.0098	0.0098	0.0833
Marginal de Repetición	0.4461	0.1667	0.2304	0.1569	1.0000

TABLA XV
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Repetición dada la
Aptitud

Aptitud	Repetición				Total
	Cero veces	Una vez	2 ó 3 veces	4 o más veces	
(48, 60]	0.1818	0.1818	0.2273	0.4091	1.0000
(60, 70]	0.3667	0.1833	0.2833	0.1667	1.0000
(70, 80]	0.4462	0.1538	0.2462	0.1538	1.0000
(80, 90]	0.6250	0.1750	0.1750	0.0250	1.0000
(90, 100]	0.6471	0.1176	0.1176	0.1176	1.0000

Miremos ahora a quienes nunca llegaron a tomar por tercera o cuarta ocasión una materia, Tabla XVI; 4.4% tienen Aptitud menor o igual a sesenta; 24.18% entre sesenta y setenta; el grupo mas grande, 31.87%, entre setenta y ochenta; 27.47 entre ochenta y noventa; y, 12.09% los que obtuvieron valores para Aptitud en el intervalo de máximos valores. El 62.5% de los que por cuatro o mas veces llegaron a repetir materias tienen Aptitud entre sesenta y ochenta.

TABLA XVI
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Aptitud dada la
Repetición

Aptitud	Repetición			
	Cero veces	Una vez	2 ó 3 veces	4 o más veces
(48, 60]	0.0440	0.1176	0.1064	0.2813
(60, 70]	0.2418	0.3235	0.3617	0.3125
(70, 80]	0.3187	0.2941	0.3404	0.3125
(80, 90]	0.2747	0.2059	0.1489	0.0313
(90, 100]	0.1209	0.0588	0.0426	0.0625
Total	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

La Situación Actual (a Enero de 2005) de los miembros de la cohorte investigada puede ser observada en la Tabla XVII, nótese que 12.3% de ellos aparecen como graduados o egresados, el 63,7% como estudiantes "Activos" de la ESPOL, es decir, se registraron en alguna materia durante los dos años anteriores a la fecha citada, condición que no fue cumplida por el 12.7% de estudiantes que aparecen como "Inactivos"; el 3,9% habían reprobado una materia un número de veces tal que entraría en un período en el que se lo "condiciona" a que apruebe la materia pendiente para poder continuar con sus estudios en la ingeniería que está cursando, este período se conoce en la ESPOL como "Prueba", el 7,4% luego de pasar previamente por dicho período reprobó la materia que tomó condición, situación que lo hace "Perder la Carrera" que seguía en la ESPOL. En la distribución conjunta de Situación Actual y Aptitud puede notarse que hay estudiantes que "Perdieron Carrera" aun cuando ubicaron su calificación en Aptitud en el nivel más alto posible (entre noventa y cien).

TABLA XVII

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta de
Situación Actual y Aptitud

Situación Actual	Aptitud					Marginal de Situación Actual
	[48, 60]	(60, 70]	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]	
Graduado o Egresado	0,000	0,010	0,059	0,029	0,025	0,123
Activo	0,083	0,206	0,167	0,132	0,049	0,637
Con condición	0,005	0,025	0,010	0,000	0,000	0,039
Inactivo	0,010	0,029	0,054	0,034	0,000	0,127
Perdió Carrera	0,010	0,025	0,029	0,000	0,010	0,074
Marginal de Aptitud	0,108	0,284	0,319	0,166	0,083	1,000

Nótese en la Tabla XVIII que no hay Graduados o Egresados con calificaciones en Aptitud de sesenta o menos y en el otro extremo, con calificaciones mayores a noventa están el 20% de ellos, el mayor porcentaje, 48%, ubica sus calificaciones en el intervalo intermedio (setenta y ochenta). Entre los estudiantes investigados que aparecen como "Con condición" a aprobar alguna materia no hay ninguno con calificación en Aptitud mayor que ochenta.

De los estudiantes con Alta calificación en Aptitud (mayor a noventa) el 29.4% aparecen como Graduados o Egresados en la Tabla XIX, el 58.8% como estudiantes Activos, no hay quienes estén "Con condición" ni quienes al momento de recolección de datos llevaran los dos años previos sin registrarse (Inactivos); sin embargo se observa que el 11,8% de ellos había "Perdido la carrera".

TABLA XVIII

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Aptitud dada la
Situación Actual

Situación Actual	Aptitud					Total
	[48, 60]	(60, 70]	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]	
Graduado o Egresado	0,000	0,080	0,480	0,240	0,200	1,000
Activo	0,131	0,323	0,262	0,208	0,077	1,000
Con condición	0,123	0,625	0,250	0,000	0,000	1,000
Inactivo	0,077	0,231	0,423	0,269	0,000	1,000
Perdió Carrera	0,133	0,333	0,400	0,000	0,133	1,000

TABLA XIX

Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Condicional de Aptitud dada la
Situación Actual

Situación Actual	Aptitud					Total
	[48, 60]	(60, 70]	(70, 80]	(80, 90]	(90, 100]	
Graduado o Egresado	0,000	0,033	0,185	0,150	0,294	1,000
Activo	0,773	0,700	0,523	0,675	0,588	1,000
Con condición	0,043	0,083	0,031	0,000	0,000	1,000
Inactivo	0,091	0,100	0,169	0,175	0,000	1,000
Perdió Carrera	0,091	0,083	0,092	0,000	0,118	1,000

La situación actual de los estudiantes de la cohorte investigada se presenta en la Tabla XX de una manera más detallada que en las tres tablas previas, nótese que, a Enero de 2005, es decir, a casi seis años de su ingreso a la Politécnica del Litoral sólo el medio por mil está Graduado. Es importante anotar que aunque el peso demográfico de Graduados en la cohorte investigada no es preponderante, está en la Forma de Ingreso por Aptitud. El 33.3% son estudiantes "Activos que Perdieron la carrera" por la que ingresaron a la ESPOL y al momento de recolección de datos seguían alguna otra de las carreras que oferta esta institución. Los estudiantes Inactivos representan el 9,4% del total de la cohorte investigada y los "Inactivos Con Condición", el 3.3%; éste último grupo de estudiantes cuando decidan regresar a la ESPOL deberán pasar un período condicional o a "Prueba".

TABLA XX
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Distribución Conjunta de
Forma de Ingreso y Situación Actual

Situación Actual (ampliada)	Forma de Ingreso			Marginal de Estado Actual
	Conocimiento	Aptitud	Especial	
Graduado	0.000	0.004	0.000	0.004
Egresado	0.078	0.041	0.000	0.119
Activo	0.283	0.350	0.004	0.637
Activo con condición (Prueba)	0.000	0.038	0.000	0.038
Activo alguna vez perdió carrera	0.005	0.028	0.000	0.033
Inactivo	0.023	0.067	0.004	0.094
Inactivo con condición (Prueba)	0.014	0.019	0.000	0.033
Perdió Carrera	0.000	0.038	0.004	0.042
Marginal de Forma de Ingreso	0.403	0.585	0.012	1.001

7.- ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

El análisis de Componentes Principales presentado en esta sección sigue la misma línea del desarrollado por Maura y Zurita [2].

Sea X un vector aleatorio p -dimensional tal que su valor esperado es $E(X)=\mu$ y cuya matriz de varianzas y covarianzas es $\Sigma_X=(\sigma_{ij})$. La varianza total de X es definida como:

$$E(\|X-\mu\|^2) = \sum_{i=1}^p \sigma_{ii} = \text{tr} \Sigma_X$$

siendo Σ_X simétrica;

la misma que puede ser escrita como:

$$\Sigma_X = QDQ^T,$$

donde Q es una matriz ortogonal y Σ_X es una matriz diagonalizable ortogonalmente, y $D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p)$ es tal que:

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$$

siendo estos últimos los valores propios de Σ_X a los que corresponden vectores propios ortogonales

$$q_1, q_2, \dots, q_p.$$

En estas condiciones $Q = (q_1 q_2 \dots q_p) \in O_p$.

Definiendo:

$$Y = Q^T X = \begin{pmatrix} q_1^T X \\ q_2^T X \\ \vdots \\ q_p^T X \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1p} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{p1} & q_{p2} & \dots & q_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} q_{11}X_1 + q_{12}X_2 + \dots + q_{1p}X_p \\ q_{21}X_1 + q_{22}X_2 + \dots + q_{2p}X_p \\ \vdots \\ q_{p1}X_1 + q_{p2}X_2 + \dots + q_{pp}X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_p \end{bmatrix}$$

La matriz de varianzas y covarianzas de Y es: Σ_Y , y tiene como elementos en la posición (i,j) a:

$$\text{Cov}(q_i^T X, q_j^T X) = q_i^T \Sigma_X q_j = \lambda_i q_i^T q_j = \lambda_i \beta_{ij}$$

donde $\beta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y es igual 1 si $i=j$.

Las variables $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$ se definen como las Componentes Principales de X .

Dado que $QQ^T = I$, ya que Q es ortogonal, puede escribirse:

$$X = \left(\sum_{i=1}^p q_i q_i^T \right) X = \sum_{i=1}^p Y_i q_i$$

Pudiendo, de esta manera, identificarse las Componentes Principales de X , como las coordenadas de X , con respecto a la base ortonormal B de R^p constituida por las columnas de Q , esto es, $B = \{q_1, q_2, \dots, q_p\}$.

Cuando el cociente

$$\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i}$$

es cercano a uno, $k \leq p$, entonces

$(Y_1, Y_2, \dots, Y_k)^T$ puede reemplazar a X sin perder mayor información con respecto a la varianza total. Téngase en cuenta que:

$$\text{Var}(Y_i) \geq \text{Var}(Y_{i+1}) = \lambda_{i+1},$$

y además: $\text{Cov}(Y_i, Y_j) = 0, i \neq j$.

La experiencia indica que las componentes principales de X , tienen mayor sentido práctico si las variables $X_1, X_2, \dots, X_p$ son medidas en iguales escalas, por lo que se recomienda trabajar de manera preferible con la matriz de correlaciones antes que la de covarianzas, Jolliffe F. [6].

Bajo supuestos de normalidad, se puede verificar si es procedente o no aplicar Componentes Principales a un grupo de datos, si se considera que la matriz de varianzas y covarianzas es diagonal, esto es, las variables observables del vector X no están correlacionadas y por tanto no tiene sentido aplicar la técnica; si se rechaza tal hipótesis, sí lo tendría. Por lo que el contraste, también denominado Prueba de

Bartlett, que se propone se presenta en el CUADRO 8, el valor p calculado es, con tres decimales de precisión, cero, lo cual nos lleva a concluir que existe evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula, H_0 , a favor de la alterna H_a , por lo que la técnica de Componentes Principales puede ser utilizada.

CUADRO 8	
Conocimiento y Aptitud Escolástica	
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol	
Prueba de Bartlett	
$H_0: \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix}$	
vs.	
H_a : No es verdad H_0	
Estatístico de Prueba = 3772.33	
Valor $p = 0.000$	

Verificado que se puede utilizar Componentes Principales para los datos propuestos y estandarizados, aplicamos la técnica a las veintidos variables observables que se muestran en la primera columna de la Tabla XXII; como puede apreciarse el máximo valor que toma un valor propio de la matriz de varianzas y covarianzas de los datos considerados es 7.922, lo cual permite afirmar que el porcentaje de la variabilidad total explicada por la primera Componente Principal es $[(7.992)/22]100\% = 36.01\%$; la segunda Componente Principal, llega a explicar 12.39% y así extendiendo nuestra observación en la Tabla XXI, encontramos que al llegar a la décima Componente se consigue "casi" el noventa por ciento de explicación. Diez Componentes es un número alto si consideramos que veintidós son las variables originalmente consideradas, por lo que se puede afirmar que la reducción conseguida no es exactamente de las mejores, sin embargo de ser necesario, pueden ser utilizadas como insumo de una técnica multivariada.

En la Tabla XXII se muestran las Componentes Principales resultantes como combinaciones lineales de las variables observables; la primera Componente Principal está dominada por el promedio de la nota obtenida en el Ciclo Básico de la ESPOL, la Eficiencia como estudiante, sus notas globales en Prepolitécnico, es en definitiva una variable dominada por variables relacionadas con conocimiento, ya que ella es:

$$Y_1 = 0.276X_1 + 0.273X_2 + 0.271X_3 + 0.271X_4 + 0.265X_5 + 0.265X_6 + 0.255X_7 + 0.251X_8 + 0.248X_9 + 0.214X_{10} + 0.214X_{11} + 0.208X_{12} + 0.208X_{13} + 0.201X_{14} + 0.191X_{15} + 0.155X_{16} + 0.122X_{17} + 0.009X_{18} - 0.131X_{19} - 0.140X_{20} - 0.141X_{21} - 0.149X_{22}$$

TABLA XXI
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Proporción de Varianza explicada por las Componentes Principales

Número de Componente Principal	Valores Propios	Proporción de la varianza explicada	Proporción acumulada
1	7.9220	0.3601	0.3601
2	2.7250	0.1239	0.4839
3	2.0670	0.0940	0.5779
4	1.6700	0.0759	0.6538
5	1.1710	0.0532	0.7070
6	1.0160	0.0462	0.7532
7	1.0000	0.0455	0.7986
8	0.7840	0.0356	0.8343
9	0.6910	0.0314	0.8657
10	0.5960	0.0271	0.8928
11	0.5020	0.0228	0.9156
12	0.4760	0.0216	0.9372
13	0.4170	0.0190	0.9562
14	0.3050	0.0139	0.9700
15	0.2110	0.0096	0.9796
16	0.2030	0.0092	0.9889
17	0.1210	0.0055	0.9944
18	0.1110	0.0050	0.9994
19	0.0120	0.0005	1.0000*
20	0.0010	0.0000*	
21	0.0000*	0.0000*	
22	0.0000*	0.0000*	
	22.0000	1.0000	

* Con cuatro decimales de precisión

Lo mismo ocurre con la segunda, tercera y cuarta Componentes donde la presencia de "Aptitud" no es dominante. Recién en la quinta Componente se encuentra una ponderación de importancia para Aptitud, esta es de -0.446, aunque en esa Componente tiene mas alta ponderación, "Materias Tomadas por tercera vez". Esa es la presencia mas significativa de "Aptitud" en la configuración de todas las Componentes Principales. Esta Componente Principal representa el 5.32% de la variabilidad total de los datos. Aparece también en la séptima, pero como es de esperarse la variabilidad contenida en la misma es apenas mayor al cuatro por ciento, pero aquí sí es Aptitud la variable dominante, ya que -0.479 no es superado, en valor absoluto, por variable observable alguna.

TABLA XXII
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Componentes Principales
(de la Primera a la Undécima)

Variable		Número de Componente										
		V_1	V_2	V_3	V_4	V_5	V_6	V_7	V_8	V_9	V_{10}	V_{11}
Promedio Ciclo Básico ESPOL	X_1	0,276	-0,060	-0,007	0,180	-0,201	0,105	-0,027	0,079	-0,162	-0,464	0,057
Eficiencia	X_2	0,273	0,076	-0,351	-0,048	-0,032	-0,062	0,023	0,117	0,189	-0,034	-0,038
Resultado Final del Prepolitécnico	X_3	0,271	-0,344	0,164	-0,061	-0,005	-0,021	-0,133	0,018	-0,076	0,105	-0,043
Materias Aprobadas	X_4	0,271	0,066	-0,390	-0,043	0,064	0,014	-0,122	0,160	0,209	0,035	-0,067
Nota de Graduación	X_5	0,265	0,287	0,208	0,240	0,051	0,065	-0,079	0,017	0,017	0,171	0,042
Promedio General ESPOL	X_6	0,265	0,079	-0,094	0,150	-0,245	0,075	0,064	0,115	-0,142	-0,522	0,077
Promedio de Prepolitécnico	X_7	0,255	-0,388	0,130	-0,016	0,162	0,025	0,018	-0,076	0,051	-0,001	0,045
Nota de 1° a 5°	X_8	0,251	0,257	0,171	0,006	0,000	-0,042	0,125	0,131	-0,212	0,042	0,207
Nota de 6°	X_9	0,248	0,269	0,228	0,124	0,138	-0,070	0,108	0,075	-0,112	0,043	0,121
Materias Tomadas	X_{10}	0,214	0,075	-0,376	0,012	0,262	0,105	-0,315	0,258	0,180	0,093	-0,106
Matemática	X_{11}	0,214	-0,315	0,089	-0,145	0,073	0,213	0,014	0,131	0,044	0,150	0,549
Física	X_{12}	0,208	-0,365	0,129	0,018	0,078	-0,071	-0,174	-0,274	0,144	-0,055	0,063
Materias tomadas por Término	X_{13}	0,208	-0,003	-0,296	-0,169	-0,057	-0,071	0,265	-0,204	-0,025	0,286	0,065
Química	X_{14}	0,201	-0,245	0,092	0,110	0,290	-0,091	0,304	0,011	-0,117	-0,113	-0,669
Nota de Exámenes de Grado	X_{15}	0,191	0,183	0,161	0,367	0,101	-0,164	0,170	0,045	0,179	0,331	-0,022
Nota de Aptitud	X_{16}	0,155	-0,022	0,142	-0,117	-0,446	-0,139	-0,479	0,245	-0,381	0,348	-0,364
Nota de Trabajos Prácticos o de Investigación	X_{17}	0,122	0,184	0,076	0,178	-0,108	0,563	-0,319	-0,545	0,150	0,039	-0,170
Factor F	X_{18}	0,009	0,028	0,186	-0,359	-0,080	0,645	0,341	0,351	0,074	0,098	-0,209
Materias tomadas por tercera vez	X_{19}	-0,131	0,023	-0,144	0,127	0,588	0,255	-0,212	0,067	-0,581	0,022	0,087
Años entre el colegio y el ingreso a la ESPOL	X_{20}	-0,140	-0,247	-0,161	0,480	-0,245	0,102	0,112	0,169	-0,027	0,200	0,038
Materias tomadas por cuarta vez	X_{21}	-0,141	0,029	0,366	0,115	0,171	-0,055	-0,310	0,409	0,441	-0,177	-0,009
Edad	X_{22}	-0,149	-0,247	-0,137	0,482	-0,133	0,185	0,100	0,153	0,025	0,152	0,027
Máximo		0,276	0,287	0,366	0,482	0,588	0,645	0,341	0,409	0,441	0,348	0,549
Mínimo		-0,149	-0,388	-0,390	-0,359	-0,446	-0,164	-0,479	-0,545	-0,581	-0,322	-0,669

Componentes Principales
(de la Duodécima a la Vigésima Segunda)

Variable		Número de Componente										
		V_{12}	V_{13}	V_{14}	V_{15}	V_{16}	V_{17}	V_{18}	V_{19}	V_{20}	V_{21}	V_{22}
Promedio Ciclo Básico ESPOL	X_1	-0,189	0,088	0,091	-0,548	-0,332	-0,133	0,321	-0,046	-0,001	0,001	0,000
Eficiencia	X_2	0,136	0,056	-0,140	0,303	0,168	-0,037	0,659	0,372	-0,027	0,000	0,000
Resultado Final del Prepolitécnico	X_3	0,009	0,007	-0,013	0,054	0,029	0,033	-0,015	-0,037	-0,856	0,005	0,000
Materias Aprobadas	X_4	0,121	0,016	-0,018	0,021	0,031	0,066	0,000	-0,807	0,040	0,004	0,000
Nota de Graduación	X_5	0,031	0,013	0,010	-0,006	0,018	0,025	0,011	-0,007	-0,005	-0,835	0,000
Promedio General ESPOL	X_6	-0,224	0,040	0,028	0,484	0,189	0,112	-0,416	0,058	0,004	-0,001	0,000
Promedio de Prepolitécnico	X_7	0,038	0,005	0,000	0,033	0,045	0,010	-0,017	0,019	0,254	-0,001	-0,812
Nota de 1° a 5°	X_8	0,381	-0,305	0,242	-0,219	0,216	0,508	0,047	0,050	0,016	0,252	0,000
Nota de 6°	X_9	0,253	-0,185	-0,139	0,171	-0,171	-0,690	-0,085	-0,061	-0,012	0,257	0,000
Materias Tomadas	X_{10}	0,093	0,029	0,089	-0,286	-0,118	-0,053	-0,452	0,435	-0,019	-0,003	0,000
Matemática	X_{11}	-0,138	0,007	-0,490	-0,057	0,027	0,090	-0,046	0,024	0,210	-0,001	0,338
Física	X_{12}	0,202	0,123	0,591	0,166	0,019	-0,121	0,027	0,010	0,236	-0,001	0,398
Materias tomadas por Término	X_{13}	-0,522	-0,518	0,275	0,003	-0,087	-0,094	-0,003	0,029	-0,008	0,000	0,000
Química	X_{14}	-0,009	-0,182	-0,268	-0,076	0,075	0,099	-0,035	0,013	0,160	-0,001	0,260
Nota de Exámenes de Grado	X_{15}	-0,377	0,516	0,076	0,021	-0,061	0,167	0,019	-0,002	0,002	0,337	0,000
Nota de Aptitud	X_{16}	-0,088	-0,001	-0,037	0,102	-0,049	-0,012	0,037	0,011	0,271	-0,002	0,000
Nota de Trabajos Prácticos o de Investigación	X_{17}	-0,035	-0,159	-0,176	-0,004	0,102	0,057	0,043	0,011	-0,002	0,244	0,000
Factor F	X_{18}	0,006	0,155	0,273	0,066	-0,017	-0,099	0,038	-0,011	0,004	0,000	0,000
Materias tomadas por tercera vez	X_{19}	-0,188	0,052	0,142	0,164	0,082	0,003	0,209	-0,063	-0,004	0,001	0,000
Años entre el colegio y el ingreso a la ESPOL	X_{20}	0,038	-0,046	0,076	-0,221	0,599	-0,301	-0,023	-0,023	-0,005	0,000	0,000
Materias tomadas por cuarta vez	X_{21}	-0,306	-0,415	0,096	0,063	0,094	0,010	0,147	-0,031	0,001	0,000	0,000
Edad	X_{22}	0,217	-0,222	0,019	0,280	-0,571	0,230	0,032	0,020	-0,004	0,000	0,000
Máximo		0,381	0,516	0,591	0,484	0,599	0,508	0,659	0,435	0,271	0,337	0,398
Mínimo		-0,522	-0,518	-0,490	-0,548	-0,571	-0,690	-0,452	-0,807	-0,856	-0,835	-0,812

8.- AGRUPAMIENTO POR TENDENCIA CENTRAL Y DISPERSIÓN

En el GRÁFICO 6 presentamos en el eje horizontal la tendencia central medida por la media aritmética de las variables allí rotuladas y en el eje vertical la dispersión, medida por la desviación estándar de las variables. Es notorio el agrupamiento de las características relacionadas con la vida del informante como colegial, como estudiante de la ESPOL y como aspirante a ingresar. La "Aptitud" no se integra a grupo alguno y constituye un "punto aparte" como también lo es la "Eficiencia". Es evidente que la vida en el colegio es un tanto mas relajada, con mejores notas que en la ESPOL y mucho mejores que en el curso Propedéutico o Prepolitécnico. Las características del colegio se ubican en una zona de alta media y

dispersión media, en tanto que el Propedéutico en la zona de baja media y mediana dispersión, presenta ribetes de alta dificultad comparado con el colegio o la ESPOL misma. Merecen un comentario particular las variables "Promedio del Prepolitécnico" y "Resultado Final"; el primero representando el rendimiento obtenido en las pruebas de conocimiento con promedio de 6.29 sobre diez; y, el último que representa también al mismo conocimiento, pero con la presencia del ingrediente "Aptitud" que alcanza promedio de 7.32. El mejoramiento cuantitativo introducido es de poco mas de una unidad, sobre diez puntos posibles, lo cual permite admitir mas bachilleres con criterios académicos sin recurrir a reglas arbitrarias y hasta temporales.

GRÁFICO 6
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Conglomerados de las Variables que miden el Desempeño del estudiante en el Colegio, Pre Politécnico y la ESPOL

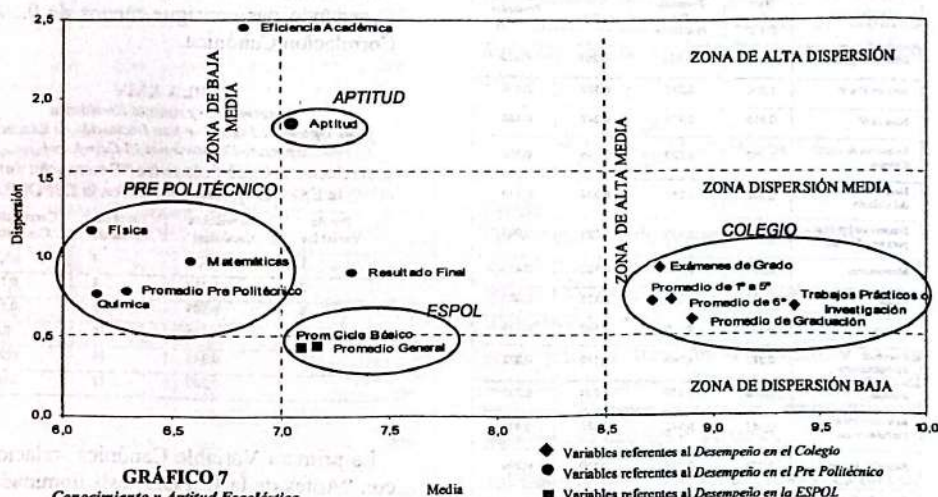
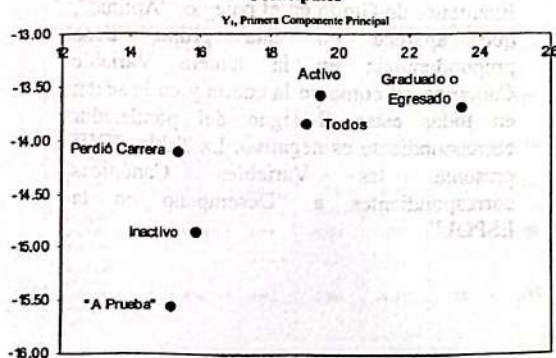


GRÁFICO 7
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Conglomerados Dados por las Componentes Principales



El GRÁFICO 7 es la representación de las dos primeras componentes principales Y_1 y Y_2 calculadas para cada uno de los grupos determinados por la característica "Situación Actual". Nótese como el gráfico ratifica el dominio que tienen las variables de "Conocimiento" en ambas componentes, ya que, estando todas las variables en una misma escala son los Graduados, Egresados y Estudiantes Activos los que alcanzan mayores valores tanto en la componente Y_1 como en Y_2 .

9.- RELACIONES LINEALES Y NO LINEALES ENTRE VARIABLES

La matriz de correlaciones entre las variables cuantitativas si bien no es diagonal tampoco muestra fuertes relaciones lineales entre ellas, apenas si unas pocas que además son obvias, como Promedio del Colegio y Nota de Sexto Curso o de la primera con Examen de Grado, pero lo notorio es que Aptitud no muestra correlaciones lineales significativas con otras variables, apenas si llega a un máximo de 0.308 con Notas de Primero a Quinto Curso, 0.262 con la Nota de Graduación en el Colegio; y, 0.247 con Nota de Sexto Curso; es decir su correlación es ligeramente perceptible con la vida colegial de los miembros de la Población Objetivo. Véase Tabla XXIII.

TABLA XXIII
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Correlaciones Lineales entre Variables

Variables	Nota de 1° a 5°	Promedio Pre Politécnico	Aptitud	Promedio General
Edad de Ingreso	-0,431	-0,088	-0,207	-0,230
Nota de 1° a 5°	1,000	0,272	0,308	0,495
Nota de 6°	0,818	0,287	0,247	0,456
Exámenes de Grado Colegio	0,492	0,223	0,146	0,382
Nota Graduación del Colegio	0,810	0,287	0,262	0,519
Número de Intentos para ser admitido	0,083	0,133	0,021	0,093
Matemáticas	0,254	0,135	0,182	0,413
Física	0,189	0,080	0,135	0,386
Química	0,222	0,170	0,180	0,515
Promedio PrePolitécnico	0,272	1,000	0,170	0,373
Aptitud	0,308	0,170	1,000	0,312
Resultado Final PrePolitécnico	0,347	0,942	0,486	0,435
Situación Actual	0,083	0,144	0,176	0,200
Promedio General ESPOL	0,495	0,373	0,312	1,000
Materias Aprobadas	0,419	0,346	0,227	0,512
Materias Tomadas	0,298	0,239	0,136	0,304
Eficiencia	0,426	0,338	0,219	0,588
Aprobadas 3° Vez	-0,228	-0,234	-0,237	-0,288
Aprobadas 4° Vez	-0,228	-0,178	-0,148	-0,342
No. Materias Tomadas por Semestre	0,447	0,379	0,316	0,621
Factor Socio Económico	0,137	0,050	0,144	0,082

10.- CORRELACIÓN CANÓNICA

El Análisis de Correlación Canónica es una técnica estadística multivariada que permite identificar y cuantificar la dependencia lineal

entre dos conjuntos de variables aleatorias observadas. El primer conjunto de variables están representadas por un vector aleatorio q -variado $X^{(1)}$, el segundo conjunto de p - q variables representadas por un vector aleatorio $(p - q)$ -variado $X^{(2)}$, donde el primer grupo de variables tiene menos elementos que el segundo, es decir:

$$X = \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_q \\ \vdots \\ X_{q+1} \\ \vdots \\ X_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X^{(1)} \\ \vdots \\ X^{(2)} \end{bmatrix}$$

En primera instancia se analiza la relación lineal entre los vectores constituidos por las variables que caracterizan al informante "Antes de Ingresar a la ESPOL" y las que determinan su "Desempeño en la ESPOL". Como se puede observar en la Tabla XXIV el primer par de "Variables Canónicas" correspondientes a este par de grupos tiene Correlación Canónica positiva y alta, 0.735; el segundo par consigue menos de 0.500 de Correlación Canónica.

TABLA XXIV
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Correlaciones Canónicas entre "Desempeño antes de la ESPOL" y "Desempeño en la ESPOL"

Par de Variables	Correlación Canónica	Par de Variables	Correlación Canónica
1	0,735	7	0,21
2	0,433	8	0,182
3	0,393	9	0,122
4	0,362	10	0,09
5	0,346	11	0,061
6	0,267	12	0,007

La primera Variable Canónica relacionada con "Antes de la ESPOL" está dominada por las notas de primero a quinto curso de colegio, muy distante aparecen Matemáticas del curso Prepolitécnico y las notas de sus Exámenes de Grado en el colegio. "Aptitud", que aparece en este grupo, tiene preponderancia en la tercera Variable Canónica así como en la cuarta y en la sexta; en todas estas el signo del ponderador correspondiente es negativo. La Tabla XXV presenta las Variables Canónicas correspondientes a "Desempeño en la ESPOL".

TABLA XXV
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Coefficientes de las Primeras Seis Variables Canónicas
de "Desempeño antes de la ESPOL"

VECTOR	COEFICIENTES					
Desempeño antes de la ESPOL	U ₁	U ₂	U ₃	U ₄	U ₅	U ₆
Notas de 1 ^{er} a 5 ^{to} curso	0,520	-0,209	-0,313	0,418	0,379	-0,445
Matemáticas en el Pre Politécnico	0,283	0,007	-0,173	0,447	0,106	0,228
Exámenes de Grado del Colegio	0,236	0,333	0,053	-0,070	-0,256	-0,385
Prueba de Aptitud	0,207	-0,218	-0,495	-0,448	-0,257	-0,554
Química del Pre Politécnico	0,191	-0,013	-0,071	0,157	0,315	0,458
Placa en el Pre Politécnico	0,186	-0,670	-0,501	-0,200	-0,091	0,348
Trabajos de Investigación del Colegio	0,168	-0,254	-0,021	-0,181	0,066	0,044
Clasificación del Colegio	0,112	-0,071	0,522	0,590	-0,146	-0,316
Pre Politécnico antes de Aprobación	0,052	-0,232	-0,401	-0,359	0,227	-0,038
Forma de Ingreso	0,041	1,224	0,166	-0,026	-0,020	-0,398
Años entre la Graduación del Colegio y el Ingreso a la ESPOL	0,039	-0,097	0,007	0,364	-0,994	0,296
Notas de 6 ^{to} curso	-0,187	-0,114	1,041	-0,533	-0,639	0,887

TABLA XXVI
Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Coefficientes de las Primeras Seis Variables Canónicas
de "Desempeño en la ESPOL"

VECTOR	COEFICIENTES					
Desempeño en la ESPOL	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄	V ₅	V ₆
Estado Actual en la ESPOL	-0,031	0,676	0,038	1,116	0,881	-0,123
Materias Aprobadas a la Cuarta Vez	-0,069	0,172	0,395	0,414	-0,085	-0,696
Materias Aprobadas a la Tercera Vez	-0,271	0,947	1,948	-1,405	-0,642	-2,207
Materias Aprobadas Término	0,228	0,835	-0,624	-0,587	2,740	1,496
Materias Tomadas por Término	0,022	0,511	-0,210	0,174	-1,057	0,192
Número de Años hasta para terminar "Ciclo Básico" o cambio de Carrera	0,041	0,664	-0,301	-0,284	0,113	0,086
Número de Materias Aprobadas	-0,373	0,616	1,493	-1,424	1,925	-0,606
Número de Materias Tomadas	0,647	-3,029	-1,335	3,590	-3,330	0,541
Promedio en Ciclo Básico de Ingenierías	0,771	0,022	-1,105	-0,195	0,093	-0,766
Promedio General	-0,091	-0,501	1,238	0,015	0,326	0,372
Semestres Regulares Registrado	0,089	0,174	-0,760	-1,347	-0,547	1,036
Término no Regulares Registrado (cursos de invierno)	0,007	0,062	-0,286	-0,153	0,223	0,380

11. ANÁLISIS DE CLUSTERS

El objetivo principal del Análisis de Conglomerados o de "clusters" es hallar grupos de individuos heterogéneos entre sí y homogéneos dentro de ellos, que cumplan las condiciones de *Partición*, es decir, que cada elemento pertenezca a uno y sólo uno de los grupos y que todo elemento quede clasificado. Los algoritmos mediante los cuales se establezcan grupos pueden ser de tipo jerárquico y de optimización. Teniendo en consideración que las variables utilizadas en este análisis son continuas y llevadas a una misma escala, se utilizará un algoritmo de tipo jerárquico, según lo recomendado por Peña D. [10].

El método desarrollado por Ward y Wishart es un algoritmo jerárquico que se diferencia de los otros de su tipo porque para su desarrollo no requiere el cálculo de una "Matriz de Distancias", sino que se parte de la matriz de datos; se basa en el supuesto inicial de que cada dato de los N considerados forma un grupo y se añaden elementos teniendo en cuenta el mínimo aumento de la medida W, que se define como:

$$W = \sum_{g=1}^G \sum_{i=1}^{n_g} (x_{ig} - \bar{x}_g)(x_{ig} - \bar{x}_g)^T$$

donde:

G es el número de grupos identificados;

n_g el tamaño del grupo g;

x_{ig} es el elemento i del grupo g; y,

$\bar{x}_g$ la media aritmética de dicho grupo.

en la primera iteración W es cero, y con la inclusión de nuevos elementos en el grupo el valor de W aumenta y su medida es utilizada para decidir detener el proceso.

El *Dendograma*, o árbol jerárquico es una de las representaciones gráficas del resultado del proceso de agrupamiento.

El GRÁFICO 8 y GRÁFICO 9 son Dendogramas, el primero de ellos realizado con las variables inherentes a los estudiantes que aprobaron por "Conocimiento" y el segundo utilizando las mismas variables, pero, inherentes éstas a los estudiantes que aprobaron por "Aptitud".

Entre los estudiantes que ingresaron por "Conocimiento" se distinguen dos grupos con mayor nivel de disimilaridad entre ellos (véase Gráfico 8). Para cada uno de los cuales la Tabla XXVII presenta un perfil. La ponderación demográfica del conglomerado *Conocimiento 1* es 0,541 y a los individuos

que lo conforman se los ha etiquetado como "buenos estudiantes" porque la media aritmética de cada una de sus calificaciones son mayores que las equivalentes promediadas para el conglomerado *Conocimiento 2*, que son rotulados como

GRÁFICO 8

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Dendograma de variables que miden el Desempeño Académico de los Estudiantes que Ingresaron por *Conocimiento*

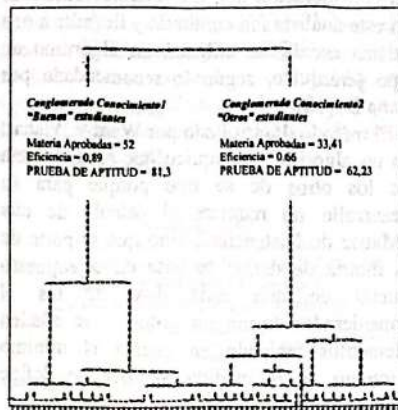


TABLA XXVII

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Perfil de los estudiantes que ingresaron a la ESPOL de forma *Conocimiento*

Proporción que representa	Conglomerado Conocimiento1		Conglomerado Conocimiento2	
	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Nota de 1° a 5° curso	18,472	0,928	16,654	1,304
Nota de 6°	18,598	0,913	17,020	1,144
Exámenes de Grado	18,510	1,334	16,742	1,678
Trabajos de Prácticos	19,236	0,844	18,237	1,541
Promedio de Graduación	18,706	0,737	17,165	1,002
Matemáticas	76,250	9,156	66,882	5,454
Física	75,250	9,287	66,147	6,243
Química	69,225	6,146	63,647	3,708
Prueba de Aptitud	81,350	11,641	62,235	24,581
Promedio General	7,505	0,466	6,934	0,316
Promedio en Ciclo Básico	7,545	0,516	6,896	0,288
Materias Aprobadas	52,125	5,603	33,412	16,271
Eficiencia	0,887	0,104	0,657	0,201
Materias Tomadas por Tercera Vez	0,400	0,672	1,706	1,993
Materias Tomadas por Cuarta Vez	0,075	0,267	0,412	1,019

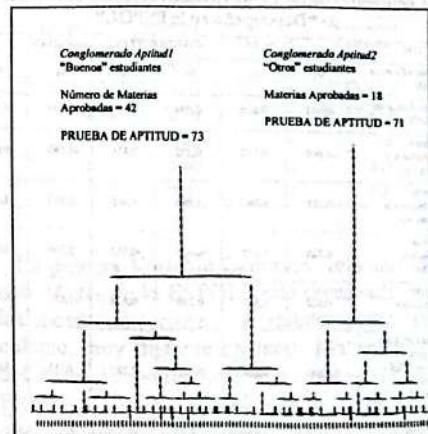
"otros estudiantes". La diferencia en calificaciones más contundente entre un grupo y otro es la alcanzada en Aptitud, ya

que para el primer grupo ésta es de alrededor de ochenta y uno y para el segundo de sesenta y dos, otra diferencia contundente es la nota alcanzada en Matemáticas en el curso Pre Politécnico pues la diferencia de estas calificaciones es de diez puntos de un máximo posible que es cien.

El GRÁFICO 9 y Tabla XXVIII indican que entre los estudiantes que aprobaron por Aptitud también se distinguen dos conglomerados, al igual que en el caso anterior, uno de los cuales destaca con mejores calificaciones a los que se ha rotulado como "buenos estudiantes", que representan el 68% de este total. El perfil de este conglomerado es el siguiente: tienen cuarenta y dos materias aprobadas, la media aritmética de las calificaciones de sus Exámenes de Grado del colegio es 17,97; se graduaron del colegio con un promedio de 18,22, ya en el Prepolitécnico, obtuvieron, en Matemáticas 61,89, en Física 55,21 y en Química 58,93, su Prueba de Aptitud es de 72,92, el Promedio General alcanzado en la ESPOL es de 7,26 y han tomado una materia por tercera vez.

GRÁFICO 9

Conocimiento y Aptitud Escolástica como Opción de Ingreso a una Institución de Educación Superior Ecuatoriana: El Caso Espol
Dendograma de variables que miden el Desempeño Académico de los Estudiantes que Ingresaron por *Aptitud*



Al segundo conglomerado determinado entre los estudiantes que ingresaron por Aptitud se lo ha rotulado como "otros estudiantes", representan el 32% de este total y tienen alrededor de dieciocho materias aprobadas, la media aritmética de las calificaciones de sus Exámenes de Grado del colegio es 16,04; se graduaron del colegio con un promedio de 16,83, ya en el Prepolitécnico, obtuvieron, en Matemáticas

61.18, en Física 54.71 y en Química 57.59, su Prueba de Aptitud es de 71.29, el Promedio General alcanzado en la ESPOL es de 6,832 y la media aritmética del grupo en cuanto al número de materias tomadas por tercera vez es 1,77.

Nótese que las calificaciones de Física y Química son menores a sesenta en ambos conglomerados, en tanto que la calificación en Matemáticas es ligeramente superior a sesenta y dos para los "buenos estudiantes", y aproximadamente sesenta y uno para los "otros estudiantes", sin embargo la calificación en la Prueba de Aptitud es mayor a setenta en ambos conglomerados pues es gracias a esta calificación que fueron admitidos como estudiantes de la ESPOL. La penúltima fila de la Tabla XXVIII indica que que los "otros estudiantes" ingresados por Aptitud han tomado en promedio 1,8 materias por tercera vez.

TABLA XXVIII
*Conocimiento y Aptitud Escolástica
como Opción de Ingreso a una Institución de Educación
Superior Ecuatoriana: El Caso Espol*
**Perfil de los estudiantes que ingresaron a la ESPOL
por Aptitud**

Proporción que representa	Conglomerado Aptitud1		Conglomerado Aptitud2	
	6,679		6,321	
Variables	Media	Desviación Estándar	Media	Desviación Estándar
Nota de 1° a 3° curso	17,845	1,106	16,441	1,092
Nota de 6°	17,959	1,254	16,587	1,217
Exámenes de Grado	17,969	1,376	16,839	1,762
Trabajos de Prácticos	18,974	1,202	18,247	1,470
Promedio de Graduación	18,218	0,890	16,830	0,836
Matemáticas	61,889	8,767	61,177	3,760
Física	55,208	8,003	54,706	8,089
Química	58,931	6,048	57,588	7,415
Prueba de Aptitud	72,917	9,166	71,294	11,493
Promedio General	7,275	0,294	6,832	0,228
Promedio en Ciclo Básico	7,114	0,245	6,783	0,207
Materias Aprobadas	41,667	15,350	17,677	11,332
Eficiencia	0,755	0,199	0,452	0,145
Materias Tomadas por Tercera Vez	1,800	1,222	1,765	1,597
Materias Tomadas por Cuarta Vez	0,194	0,547	1,118	1,038

12. CONCLUSIONES

Las exigencias académicas durante el bachillerato, para la cohorte estudiada, son extremadamente distantes de lo que se le pide durante la realización del curso propedéutico; este último es por mucho, mas exigente con respecto al primero. Se ubica en un lugar intermedio entre los dos previos, lo exigido durante los años como estudiante regular de la ESPOL.

El 59.4% de los miembros de la cohorte no hubiese ingresado sin la aplicación del criterio de "Aptitud".

No existe evidencia estadística de que como estudiantes regulares de la ESPOL, tener una alta nota en Aptitud, garantiza el éxito académico, ya que 47.1% de quienes obtuvieron notas altas en este rubro, no constan como estudiantes de alta eficiencia.

Al analizar la presencia de la nota de Aptitud en las Componentes Principales construidas, se encuentra que ésta no es preponderante en las primeras cuatro Componentes Principales. De igual manera, esta característica no pesa cuando se determinan relaciones lineales entre agrupamiento de variables, utilizando Correlación Canónica.

Para la cohorte considerada, esta prueba de Aptitud Escolástica, proporciona buenos criterios administrativos de admisión de bachilleres, pero no queda categóricamente establecido que lo que mide tal prueba, administrada en 1999, garantice el éxito para estudios de ingeniería en la ESPOL.

En el desarrollo de la investigación se encuentra que el valor de las notas que obtienen los bachilleres en la Educación Secundaria tienen relevancia en el rendimiento como estudiantes de la ESPOL, por lo que se sugiere estudiar la posibilidad de incluir este valor entre los criterio de admisión.

Como contraste a estos resultados, la ESPOL debería intentar la aplicación de pruebas de aptitud debidamente validadas y que hayan sido diseñadas por instituciones de fuera de su seno, pero con reconocida eficacia internacional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS

- [1] GRANDA, M., (2005) *"La Prueba De Aptitud Escolástica como Indicador del Rendimiento Académico de los Estudiantes de Ingeniería de la ESPOL"* Tesis de Pregrado, Instituto de Ciencias Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador.
- [2] MAURA, C., y ZURITA, G., (2003) *"Estudio Estadístico acerca de la Incidencia de Internet en la Educación Secundaria: El Caso Urbano-Fiscal de la Provincia del Guayas"*. Revista Tecnológica, ESPOL Vol. 16, N° 1, Guayaquil, Ecuador. Junio 2003.
- [3] CRECE - ESPOL (Centro de Registros Calificaciones y Estadísticas), Archivos de documentos de estudiantes de la Escuela Superior Politécnica del Litoral.
- [4] CRUZ, R., (2000), *"El Proceso de Admisión en la ESPOL: Un Análisis Estadístico del Caso 1998"*. Tesis de Pregrado, Instituto de Ciencias Matemáticas, Escuela Superior Politécnica del Litoral, Guayaquil, Ecuador.
- [5] JOHNSON R. y WICHERN, D., (1990), *"Applied Multivariate Statistical Analysis"*, Prentice Hall, Cuarta Edición. New Jersey, E.E.U.U.
- [6] JOLLIFFE, I., (1986) *"Principal Components Analysis"*, Springer Verlag in Statistics, New York, USA.
- [7] LEVY M. y VARELA M., (2003), *"Análisis Multivariable para las Ciencias Sociales"*, Pearson Education, Madrid, España.
- [8] MENDENHALL, W., WACKERLY, D. y SCHEAFFER R. (1990), *"Estadística Matemática con Aplicaciones"*, Editorial Iberoamérica, México D.F., México.
- [9] OFICINA DE INGRESO DE LA ESPOL, Archivos Históricos de los años 1973 a 2004, Guayaquil, Ecuador.
- [10] PEÑA D. (2002) *"Análisis de Datos Multivariantes"*, Editorial Mc Graw Hill, Madrid, España.
- [11] CASELLA, G. y BERGER, L. (2002) *"Statistical Inference"*, Duxbury Thomson Learning, Pacific Grove, Ca, USA.