

DETERMINANTES DEL SPREAD DE DEUDA SOBERANA DE ALGUNOS MERCADOS EMERGENTES: APLICACIÓN DE UN MODELO DE REGRESIÓN POR CUANTILES

Johanna Fajardo González¹

Resumen: El objetivo principal de este documento es estimar los factores determinantes del spread de deuda soberana, medido a través del indicador EMBI Global, para algunos mercados emergentes en el periodo correspondiente entre los años 1999 y 2005. Para tal propósito, se aplicará la metodología semi-paramétrica de regresión por cuantiles utilizando información de variables como el producto interno bruto (PIB), las reservas internacionales, la tasa de inflación (IPC), la balanza de pagos y la deuda externa para cada uno de los 28 países considerados. Así, para los datos agrupados, factores como el rezago de la serie del EMBI Global, la tasa de crecimiento del PIB y la razón deuda/PIB resultan significativas. A partir del año 2002, en la estimación año por año, se encontró que el rezago de la serie del EMBI Global es la única variable explicativa, permitiéndonos observar que la persistencia de esta serie puede tener, incluso, más relevancia que los factores macroeconómicos considerados. Las necesidades económicas y sociales de sus ciudadanos, obligándolo a incurrir en altos niveles de endeudamiento.

Palabras Claves: Spread de deuda soberana, regresión por cuantiles.

1. INTRODUCCIÓN

El *spread* o margen corresponde a la diferencia, expresada en puntos básicos, entre las tasas de rentabilidad de los bonos emitidos por el gobierno norteamericano (*treasuries*) y los bonos emitidos por otra nación a un plazo comparable con el de los primeros, ambos denominados en dólares.

El *spread* reviste de gran utilidad para los inversionistas en mercados emergentes pues, por los motivos especulativos que generalmente los incentivan a colocar sus recursos en los títulos emitidos en estos mercados, se facilita la toma de decisiones al tener un punto de comparación frente a títulos tradicionalmente más estables y rentables. Así mismo, financieramente tenemos que entre mayor sea el *spread* mayor será la rentabilidad esperada de título dado el mayor riesgo asumido.

En este documento buscamos encontrar aquellos factores económicos que inciden en el comportamiento de este *spread* representativo del riesgo soberano ya que éstos factores pueden llevar a un país a declarar el no pago de sus obligaciones financieras en los mercados internacionales, ya que entre más alto es este *spread* se ha evidenciado una mayor ocurrencia de no pago.

La regresión por cuantiles es un método estadístico semi-paramétrico que permite caracterizar la distribución condicional de una variable dependiente encontrando en todas las variables explicativas las diversas fuentes de heterogeneidad que la caracterizan.

¹ Johanna Fajardo González. Economista y Especialista en Estadística de la Universidad Nacional de Colombia; djfajardog@unal.edu.co

La motivación para usar esta metodología radica en que la descripción de la relación estocástica entre variables aleatorias puede ser más adecuada y precisa y, además, permite obtener estimaciones más eficientes y robustas. Así mismo, si se observa cierta influencia de las variables exógenas sobre los parámetros de la distribución condicional de la variable dependiente, esto se refleja más en otros cuantiles que en la media, obteniendo de esta forma una completa caracterización de la distribución condicional de la variable dependiente.

En este caso práctico los mercados emergentes corresponden a 28 países cuyas variables macroeconómicas fundamentales para este análisis son el PIB, el balance fiscal, la cuenta corriente, la deuda externa, el IPC, las reservas y la balanza comercial.

2. DETERMINANTES DEL SPREAD: REVISIÓN TEÓRICA

Entre los determinantes del *spread* de deuda soberana se citan diversidad de factores económicos, políticos y sociales. No obstante, muchos de ellos no son cuantificables y esto nos lleva a que nos enfoquemos sólo en aquellos que lo son.

En un trabajo de la Universidad de Sao Paulo realizado por Canuto (2004) se analizó cada uno de los *ratings* proporcionados por S&P, Moody's y Fitch y se encontró que en general una calificación alta, es decir, un bajo riesgo soberano, está asociado con un alto ingreso *per cápita* en dólares, una baja inflación, una alta tasa de crecimiento económico, una baja razón entre la deuda externa total y la cuenta corriente de la balanza de pagos, una baja ocurrencia de *defaults* y un alto nivel de apertura comercial medido como la proporción de exportaciones netas sobre

el PIB. Otros trabajos como el de Cantor y Packer consideran importantes variables como el balance fiscal y el indicador del grado de desarrollo económico dado por el Fondo Monetario internacional (FMI). Así mismo, estos autores encuentran que los *ratings* están altamente correlacionados con los *spreads* ya que estos se afectan por las opiniones públicas de las agencias calificadoras.

La teoría económica da indicios de los posibles signos de las variables que explican la calificación crediticia o *rating*. Así, variables como el PIB per cápita tendrá signo positivo, la inflación signo negativo, la tasa de crecimiento del PIB signo positivo, el indicador de desarrollo signo positivo, el indicador de *default* signo negativo y el balance fiscal signo positivo. Rowland (2004), en su estudio para los mercados emergentes, identificó una serie de determinantes agrupados por variables de solvencia, variables de liquidez, variables que representan choques externos y una serie de variables indicadoras *dummy*.

Variables de solvencia: La solvencia está relacionada con la habilidad de largo plazo de un país para pagar su deuda. Entre estas variables se tienen la tasa de crecimiento real, los balances fiscal y de cuenta corriente y el stock de deuda externa.

Variables de liquidez: Están relacionadas con la habilidad de corto plazo de un país para pagar su deuda externa. Entre estas variables se encuentran el servicio a la deuda, las reservas internacionales, las exportaciones y la tasa de inflación.

Variables que representan choques externos: Estas variables inciden en los flujos de capital internacionales. Variables como las tasas de interés de los bonos del tesoro norteamericano a 3 meses y la tasa del mercado interbancario londinense (LIBOR), son distintivas en este grupo.

Variables dummy: La variable *default* usada por Rowland indica uno (1) para los años en los que un país no ha hecho pago en sus obligaciones de endeudamiento externo y cero (0) en caso contrario. Es de consideración especialmente en la determinación de la calidad crediticia de un emisor.

3. MODELOS DE REGRESIÓN POR CUANTILES

La regresión por cuantiles busca explorar fuentes de heterogeneidad asociadas con las covarianzas y definida de forma sencilla, pretende estimar funciones cuantílicas condicionales. En analogía con la regresión lineal clásica, que minimiza la suma cuadrática de los residuos y estima funciones basadas en la media de la distribución condicional de la variable dependiente, los métodos de regresión cuantílica están basados en

la minimización del valor absoluto de los residuos y estima funciones para la mediana u otro cuantil condicional.

En general, la regresión cuantílica ha mostrado ser útil cuando se busca analizar segmentos particulares de la distribución condicional o cuantiles superiores o inferiores como función de varias covariables de interés sin tener que imponer restricciones paramétricas de tipo alguno. A continuación se explicará el modelo general de regresión por cuantiles.

Sea Y una variable aleatoria con función de distribución $F(y) = P(Y \leq y)$, para cualquier $0 < \tau < 1$, la función inversa $F^{-1}(\tau) = \inf\{y : F(y) \geq \tau\}$ corresponde al τ -ésimo cuantil de Y . Así, $F^{-1}(1/2)$ corresponde a la mediana, $F^{-1}(1/4)$ corresponde al primer cuartil y $F^{-1}(1/10)$ al primer decil. La función cuantílica provee una completa caracterización de Y , así como lo hace la función de distribución F .

Entonces para $\rho_{\tau}(u) = u(\tau - I(u < 0))$ con $\rho_{\tau}(u)$ definida como una función de pérdida, $\tau \in (0, 1)$ e $I(\cdot)$ función indicadora, debe encontrarse un \hat{y} que minimice la pérdida esperada, expresada como:

$$E[\rho(Y - \hat{y})] = (\tau - 1) \int_{-\infty}^{\hat{y}} (y - \hat{y}) dF(y) + \tau \int_{\hat{y}}^{\infty} (y - \hat{y}) dF(y) \quad (1)$$

Cuando F es reemplazada por la función de distribución empírica:

$$F_n(y) = n^{-1} \sum_{i=1}^n I(Y_i \leq y) \quad (2)$$

Se puede seguir obteniendo el \hat{y} para minimizar la pérdida esperada y por tanto, encontrar los cuantiles muestrales correspondientes.

Sea X_i , $i = 1, \dots, n$, un vector de regresores $K \times 1$, podemos expresar la función de distribución como:

$$F_{u_{\tau}}(\tau - x_i^T \beta_{\tau} | x_i) = P(y_i \leq \tau | x_i) \quad (3)$$

Que es derivada de la expresión:

$$y_i = x_i^T \beta + u_{\tau i} \quad (4)$$

Donde la distribución del término de error $u_{\tau i}$ no es especificada y la única restricción cuantílica que se tiene es, $Q_{\tau}(u_{\tau i} | x_i) = 0$ es decir, el τ -ésimo cuantil del residuo con respecto a las variables regresoras es cero. Además, tenemos que estos términos de error son independientes. Usando la analogía de la estimación de las funciones de media condicional, como se hace con mínimos cuadrados ordinarios, la función cuantílica condicional $Q_{\tau}(\tau | X = x) = x_i^T \beta_{\tau}$ puede ser estimada resolviendo:

$$\beta_{\tau} = \arg \min_{\beta \in \mathbb{R}^k} \sum_{i=1}^n \rho_{\tau}(y_i - x_i^T \beta)$$

Para cualquier cuantil $\tau \in (0,1)$, β_{τ} se denomina como el cuantil τ -ésimo de la regresión. Cuando τ es $1/2$ y minimiza la suma de los residuales absolutos, tenemos el caso de la regresión mediana o regresión L_1 .

Este es un método robusto ya que los estimadores y el proceso de inferencia son de libre distribución dado que la estimación del cuantil es influenciada sólo por el comportamiento local de la distribución condicional de la respuesta cercana al cuantil especificado, obteniendo así que las observaciones de las variables respuesta no afectan los resultados de la estimación. No obstante, este procedimiento es sensible al diseño de las observaciones de las variables explicativas.

4. ESTIMACIÓN DEL MODELO.

En este documento se utilizarán las siguientes como posibles variables explicativas:

a) Variables de solvencia

- PIB per capita: Un alto PIB per capita implica que hay un mayor potencial de recaudo tributario lo que a su vez aumenta la habilidad de un gobierno para pagar sus obligaciones.
- Tasa de crecimiento del PIB real: Una mayor tasa de crecimiento del PIB conlleva a una situación fiscal más fuerte.
- Balance Fiscal / PIB: Un déficit fiscal muy alto, es decir, un balance fiscal muy negativo, implicaría que un país determinado se encuentre muy expuesto a choques externos e incluso pueda incurrir en el impago de sus deudas.
- Cuenta Corriente / PIB: Un déficit en cuenta corriente implica que la economía requiere ampliamente de fondos externos y esto puede llevar a que en el largo plazo la deuda sea insostenible.
- Deuda externa / PIB: Una mayor deuda externa conlleva un mayor riesgo de default pues un país determinado se verá obligado a hacer mayores esfuerzos fiscales para cumplir con sus obligaciones.

b) Variables de liquidez.

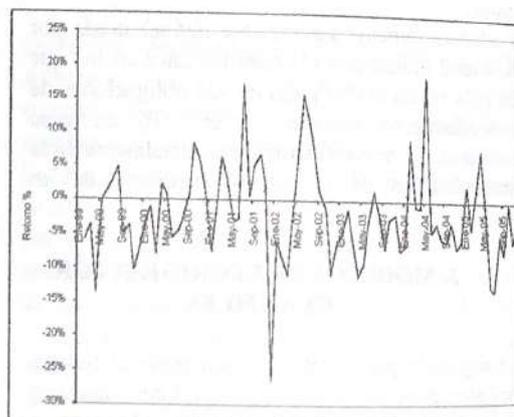
- Reservas internacionales / PIB: Como la deuda externa tiene que ser servida con las reservas internacionales, un bajo nivel de éstas conllevan un mayor riesgo de impago.
- Balanza Comercial / PIB: Esto implica que entre mayor sea el volumen de las exportaciones habrá un menor riesgo de impago.

- Tasa de inflación: Una alta tasa de inflación es un indicador de problemas estructurales en las finanzas de un país. Así, cuando un gobierno no tiene la posibilidad de cubrir su déficit fiscal vía impuestos y en esos casos hace uso de la inflación, puede conllevar a problemas de inestabilidad política.

En total se analizaron 28 países: Argentina, Brasil, Bulgaria, China, Colombia, Costa Rica, Egipto, El Salvador, Hungría, Líbano, Malasia, México, Marruecos, Nigeria, Panamá, Perú, Filipinas, Polonia, Rusia, Sudáfrica, Túnez, Turquía, Ucrania, Uruguay y Venezuela. El spread medido a través del EMBI Global corresponde al promedio anual de cada país para los 6 años considerados: de 1999 a 2005.

El EMBI Global entre 1999 y 2005 mostró en general una alta volatilidad como resultado de las crisis económicas de los mercados emergentes a finales de los años noventa, como se puede apreciar en la figura 1. Entre los eventos a resaltar de dicho comportamiento tenemos que en 1999 Rusia enfrentó una crisis económica que la obligó a declarar moratoria en el pago de la deuda, siendo este un evento posterior a la crisis del sudeste asiático que desde 1997 golpeó fuertemente a todos los mercados emergentes ya que se dio un fuerte estancamiento (sudden stop) en el flujo de capitales. Como resultado del contagio, el real brasileño sufrió una fuerte devaluación, lo que condujo a incrementos en el EMBI Global para todos los mercados emergentes.

FIGURA 1
DETERMINANTES DEL SPREAD DE DEUDA SOBERANA DE ALGUNOS MERCADOS EMERGENTES: APLICACIÓN DE UN MODELO DE REGRESIÓN POR CUANTILES
Dinámica del EMBI Global entre 1999 y 2005



En el año 1999 Ecuador enfrentó problemas con el pago de la deuda externa, siendo el primer país del mundo que dejó de honrar los bonos Brady (bonos de deuda reestructurada tras la crisis de los años ochenta). Posterior a eso, en el año 2001, Argentina

devaluó el peso y declaró moratoria en el pago de deuda externa a inicios del año 2002. Así mismo, el ataque del 11 del septiembre de 2001 a Estados Unidos, el inicio de la guerra en Irak y la percepción de inestabilidad política en la región latinoamericana tuvieron consecuencias sobre el comportamiento del indicador EMBI Global en este periodo.

Así, para las variables consideradas, se esperaría el siguiente signo en los parámetros estimados en la regresión (Cuadro 1):

CUADRO 0

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Identificación de los datos y signo esperado en la regresión

Variables explicativas	Unidad de medida	Fuente	Signo esperado
PIB per capita	Dólares	IFS	-
Tasa de crecimiento del PIB real	Índice	IFS	-
Balance Fiscal / PIB	Índice	IFS	-
Cuenta Corriente / PIB	Índice	IFS	-
Deuda externa / PIB	Índice	IFS	+
Reservas internacionales / PIB	Índice	IFS	-
Balanza Comercial / PIB	Índice	IFS	-
Tasa de inflación	Índice	IFS	+

Dada la cantidad de datos disponibles se evaluarán los resultados en los cuantiles 20, 50 y 80 para cada uno de los años en los que se estimará la regresión. Además, se ha incluido el rezago de la variable EMBI, EMBIG-1, para evaluar la persistencia en el tiempo de esta serie. Para la obtención de los intervalos de confianza, la varianza del error se estimó utilizando la metodología de bootstrapping con 10.000 repeticiones. A continuación se presentarán los principales resultados obtenidos para cada año y para los datos agrupados.

4.1. AÑOS 1999, 2000 Y 2001

Para el año 1999 se tienen datos de 22 países: Argentina, Brasil, Bulgaria, China, Colombia, Costa de Marfil, Croacia, Ecuador, Hungría, Líbano, Malasia, México, Marruecos, Nigeria, Panamá, Perú, Filipinas, Polonia, Rusia, Sur África, Turquía y Venezuela. Para el año 2000 se tienen datos de 23 países: Argentina, Brasil, Bulgaria, China, Colombia, Costa de Marfil, Croacia, Ecuador, Hungría, Líbano, Malasia, México, Marruecos, Nigeria, Panamá, Perú, Filipinas, Polonia, Rusia, Sur África, Turquía, Ucrania y Venezuela.

Para el año 2001 se tienen datos de 26 países: Argentina, Brasil, Bulgaria, China, Colombia, Costa de Marfil, Croacia, República Dominicana, Ecuador, Egipto, Hungría, Líbano, Malasia, México, Marruecos, Nigeria, Panamá, Perú,

Filipinas, Polonia, Rusia, Sur África, Turquía, Ucrania, Uruguay y Venezuela.

No obstante, la estimación con regresión por cuantiles no arroja ninguna variable significativa para los tres cuantiles considerados. Esto puede deberse principalmente a que el EMBI Global pudo estar más afectado por factores externos como producto del contagio entre economías dada la época de crisis que fue resumida anteriormente.

4.2 AÑO 2002

Para los 28 países considerados, la regresión por cuantiles arroja en este caso que el índice Deuda externa/PIB es significativo en el cuantil 80 de la distribución condicional del EMBI Global. En este aspecto, es necesario considerar que la crisis de deuda argentina tuvo un impacto relevante, agregando a la dinámica de los años anteriores un nuevo factor de riesgo dada la enorme importancia de Argentina en el grupo de los mercados emergentes. En los cuantiles 20 y 50 no se encontraron variables significativas.

4.3 AÑOS 2003, 2004 Y 2005

A continuación se presentan los resultados de la estimación para cada uno de estos años:

CUADRO 1

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Regresión cuantilica para el año 2003

Cuantil	Variable Explicativa	Coef.	Error Estándar (Bootstrap)	t	P> t	IC(95%)	
20	EMBIG-1	0.94	0.24	3.93	0.001	0.44	1.45
50	EMBIG-1	0.93	0.22	4.23	0.001	0.46	1.39
80	EMBIG-1	0.94	0.25	3.7	0.00	0.41	1.46

CUADRO 2

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Regresión cuantilica para el año 2004

Cuantil	Variable Explicativa	Coef.	Error Estándar (Bootstrap)	t	P> t	IC(95%)	
20	EMBIG-1	0.95	0.21	4.56	0.001	0.51	1.38
50	EMBIG-1	0.97	0.19	5.14	0.001	0.57	1.37
80	EMBIG-1	1.02	0.19	5.40	0.001	0.62	1.42

CUADRO 3

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Regresión cuantilica para el año 2005

Cuantil	Variable Explicativa	Coef.	Error Estándar (Bootstrap)	t	P> t	IC(95%)	
20	EMBIG-1	0.49	0.21	2.27	0.038	0.03	0.94
8	EMBIG-1	1.02	0.29	3.5	0.00	0.40	1.63

A partir de estos resultados podemos concluir que la parte estructural dada por el rezago del EMBIG (es decir, EMBIG-1) resulta más importante que los posibles factores macroeconómicos aquí considerados como posibles variables explicativas. En este año la deuda externa deja de tener relevancia pues el mercado amortiguó adecuadamente la crisis argentina dado el rescate financiero dado por el Fondo Monetario Internacional a ese país.

4.4 DATOS AGRUPADOS

Aunque actualmente se están desarrollando las aplicaciones computacionales de la regresión por cuantiles para datos longitudinales³⁶, en este trabajo se ha considerado estimar la regresión por cuantiles para los datos agrupados entre los años 1999 y 2005 utilizando, igualmente, la metodología de bootstrapping para estimar los errores estándar y por tanto, los intervalos de confianza.

En la figura 2 se presentan los gráficos, para cada variable explicativa, de los datos interpuestos por 3 líneas de regresión cuantilica resultado del ajuste a través de regresión cuantilica en los cuantiles 20, 50 y 80. La línea roja punteada representa el ajuste que se daría por regresión clásica a través de mínimos cuadrados ordinarios. El gráfico revela la presencia de valores extremos, presentes en los cuantiles superiores y que la distribución condicional presenta sesgo hacia un lado u otro, dependiendo de la variable independiente que se analice. Así mismo, se puede evidenciar que entre más amplio es el espacio en los cuantiles superiores indican una baja densidad con una cola superior larga y el menos espacio entre cuantiles inferiores indicaría una alta densidad con una cola inferior corta. De este modo, obtener resultados a partir del análisis de regresión clásica llevaría a que se hicieran conclusiones inadecuadas sobre estos datos.

FIGURA 2

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Gráficos de cuantiles de los datos agrupados.

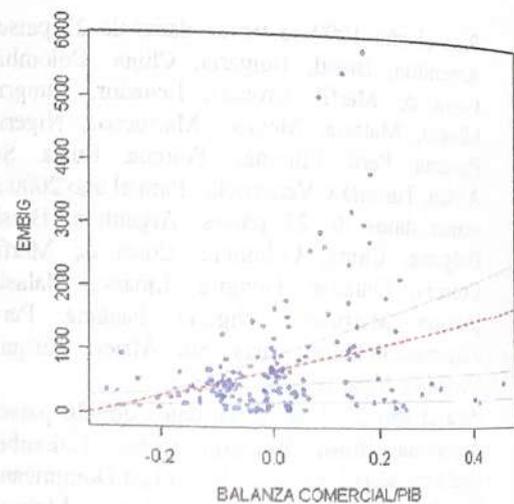
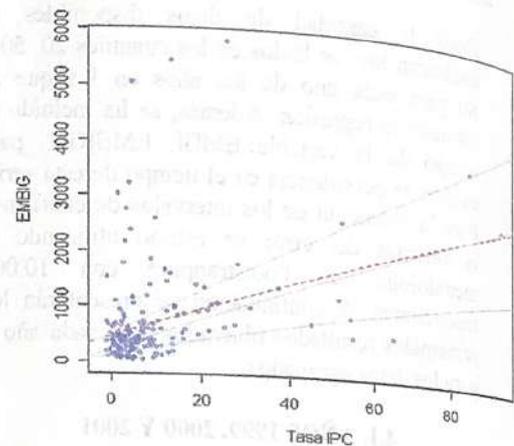
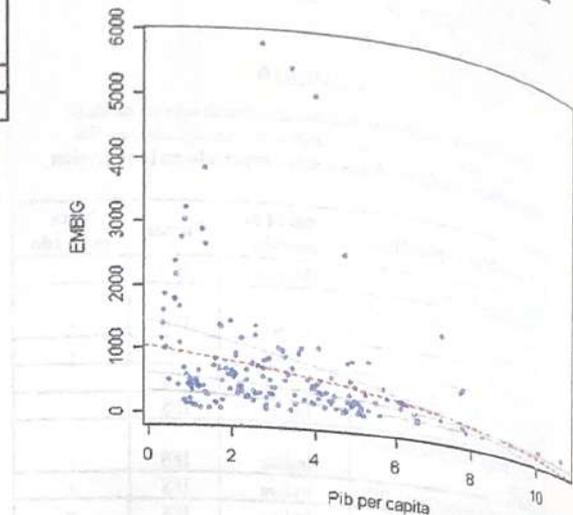
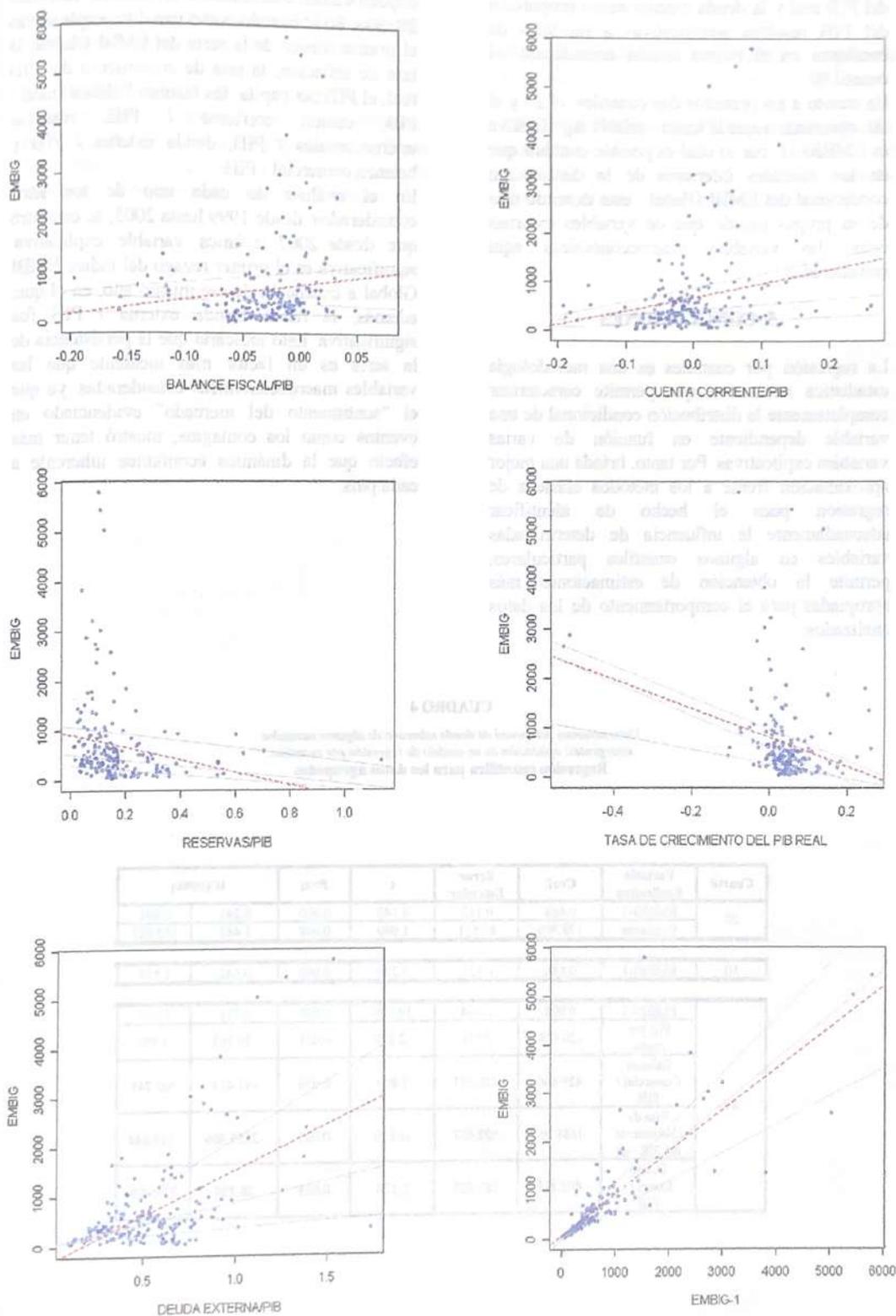


FIGURA 2 (Continuación)

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles. Gráficos de cuantiles de los datos agrupados.



En el Cuadro 4 se puede observar los resultados de la estimación. En este caso, variables como la persistencia evidenciada a través de la variable EMBIG-1, el PIB per capita, la Balanza comercial como proporción del PIB, la tasa de crecimiento del PIB real y la deuda externa como proporción del PIB resultan significativas a un 90% de confianza en el último cuantil considerado: el cuantil 80.

En cuanto a los primeros dos cuantiles, el 20 y el 50, observamos que la única variable significativa es EMBIG -1, por lo cual es posible concluir que en los cuantiles inferiores de la distribución condicional del EMBI Global, este depende más de su propio pasado que de variables externas como las variables macroeconómicas aquí consideradas.

5. CONCLUSIONES

La regresión por cuantiles es una metodología estadística alternativa que permite caracterizar completamente la distribución condicional de una variable dependiente en función de varias variables explicativas. Por tanto, brinda una mejor aproximación frente a los métodos clásicos de regresión pues el hecho de identificar adecuadamente la influencia de determinadas variables en algunos cuantiles particulares, permite la obtención de estimaciones más apropiadas para el comportamiento de los datos analizados.

De ese modo, se ha recurrido a esta metodología para encontrar los factores determinantes del spread de deuda soberana para una muestra de 28 mercados emergentes caracterizando la distribución condicional del índice EMBI Global. Específicamente se realizó el análisis en cuantiles 20, 50 y 80 utilizando como variables explicativas el primer rezago de la serie del EMBI Global, la tasa de inflación, la tasa de crecimiento del PIB real, el PIB per capita, las razones balance PIB / PIB, cuenta corriente / PIB, reservas internacionales / PIB, deuda externa / PIB y balanza comercial / PIB.

En el análisis de cada uno de los años considerados: desde 1999 hasta 2005, se encontró que desde 2002 la única variable explicativa significativa es el primer rezago del índice EMBI Global a excepción de ese mismo año, en el que, además, la razón Deuda externa / PIB fue significativa. Esto indicaría que la persistencia de la serie es un factor más incidente que las variables macroeconómicas consideradas, ya que el "sentimiento del mercado" evidenciado en eventos como los contagios, mostró tener más efecto que la dinámica económica inherente a cada país.

CUADRO 4

Determinantes del spread de deuda soberana de algunos mercados emergentes: aplicación de un modelo de regresión por cuantiles.
Regresión cuantilica para los datos agrupados

Cuartil	Variable Explicativa	Coef.	Error Estándar	t	P> t	IC(95%)	
20	EMBIG-1	0.468	0.113	4.140	0.000	0.245	0.691
	Constante	178.305	89.551	1.990	0.048	1.483	355.127
50	EMBIG-1	0.880	0.121	7.290	0.000	0.642	1.118
80	EMBIG-1	0.908	0.064	14.150	0.000	0.781	1.035
	PIB per capita	-20.828	9.591	-2.170	0.031	-39.765	-1.891
	Balanza Comercial / PIB	429.646	238.587	1.800	0.074	-41.453	900.745
	Tasa de Crecimiento del PIB real	-1689.265	592.657	-2.850	0.005	-2859.486	-519.044
	Deuda Externa / PIB	402.315	189.457	2.120	0.035	28.226	776.403

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y ELECTRÓNICAS.

- [1] **R KOENKER**, (1978), Bassett G., *"Regression Quantiles"*. Econometrica, Vol. 46.
- [2] **O. CANUTO & P. FONSECA**, (2004), *"Macroeconomics and Sovereign Risk Ratings"*. Universidad de Sao Paulo. SaoPaulo, Brasil.
- [3] **P. ROWLAND & J. TORRES**, (2004), *"Determinants of Spread and Creditworthiness for Emerging Market Sovereign Debt: A Panel Data Study"*. Borradores de Economía. Banco de la República de Colombia, Bogotá-Colombia
- [4] **C. CHEN**, (2005) *"An Introduction to Quantile Regression and the QUANTREG Procedure"*. SAS Institute Inc., paper 213-30, Estados Unidos.
- [5] **R. KOENKER**, (2005) *"Quantile Regression"*, Cambridge University Press.
- [6] **H. LÓPEZ**, (2005) *"Cálculo de la regresión cuantílica por medio de métodos de optimización"*. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá-Colombia