MATEMÁTICA
ESPOL - FCNM JOURNAL
2023, Vol. 21, No. 2 Julio - Diciembre

# De la función Pr=2Nx+5 y el descarte del triángulo de generadores de números compuestos a la generación de los números primos.

# From the function Pr=2Nx+5 and discarding of the triangle of composite number generators to the generation of prime numbers.

Alexander José Villarroel y Francisco Javier Villarroel

**Recepción:** 06/12/2022 **Aceptación:** 21/06/2023 **Publicación:** 31/07/2023

"En honor a José Villarroel, más que mi padre... mi maestro en matemáticas y quien me hizo crecer pensando en lo que se puede hacer con los números"

"A veces la persona que nadie imagina
capaz de nada es la que hace
cosas que nadie imagina".
Alan Turing

**Resumen** En este artículo se introduce una función de la forma $Pr = 2Np + 5$, que es de reciente creación, presentando su origen e importancia. A partir de dicha función se crea una lista de números naturales generadores de números compuestos. Se construye una tabla usando sus modularidades y un triángulo que abarca a los generadores: Al hacer el descarte de los números en el triangulo se obtienen evaluando en la función los números primos que vienen a ser las imágenes de los números naturales no presentes en el triangulo. El método es importante porque obvia los conceptos de primalidad y divisibilidad de métodos previos evitando el uso de criterios de primalidad y generando primos con una simple evaluación de la función de primer grado presentada

**Palabras Claves** aritmética modular, números compuestos, números primos, divisores propios .

Alexander José Villarroel Salazar
Investigador Independiente, Carúpano, Venezuela, e-mail: trabajos_alexvilla@hotmail.com,
https://orcid.org/0000-0002-4628-1894

Francisco Javier Villarroel Rosillo
Investigador Independiente, Carúpano, Venezuela, e-mail: fjvillr02@gmail.com,
https://orcid.org/0000-0002-9159-5892

**Abstract** In this article, a recently created function of the form Pr=2Np +5 is introduced, presenting its origin and importance. From this function, a list of natural numbers that generates composite numbers is created. A table is built using its modularities and a triangle that encompasses the generators: By discarding the numbers in the triangle, they are obtained by evaluating in the function the prime numbers that come to be the images of the natural numbers not present in the triangle . The method is important because it obviates the concepts of primality and divisibility of previous methods, avoiding the use of primality criteria and generating primes with a simple evaluation of the first degree function presented.
**Keywords** modular arithmetic, composite numbers, prime numbers, proper divisors.

## 1 Introducción

Este artículo plantea una característica interesante en ciertos números abundantes que se relaciona con un hecho propio de los números primos y presenta un método innovador, de creación propia que al aplicarlo en forma expansiva es capaz de ayudar a la generación de dichos en una forma sencilla, fácil hasta para la comprensión de estudiantes de bachillerato y sin las intrincadas complicaciones que exigen las pruebas de primalidad actuales. Se basa en la exclusión de los valores que generan números compuestos entre los naturales al evaluar en una función y luego de generalizar el comportamiento de los mismos proceder a tomar los números naturales faltantes en el triángulo y al sustituir en la función creada se obtienen como imágenes los números primos desde 5 al infinito Evadir la primalidad como una condición para la generación de números primos es una forma de acelerar los procesos de cálculo de números primos, como nunca antes se ha pensado en la historia de las matemáticas, ya que cuando se tienen números muy grandes es reconocido que la mayor parte de las pruebas de primalidad empiezan a experimentar complicaciones en el procesamiento de información, lo que implica mucho tiempo de procesamiento de información y de procesos de verificación que elevan la dificultad de las operaciones. Estos problemas hacen que aún para los mejores computadores el cálculo se haga intrincado después de una cierta cantidad de dígitos del número que se va probando.

## 2 Materiales y métodos.

En este artículo no se precisan materiales físicos, sino el uso de teorías previamente establecidas por otros matemáticos como lo son los números primos y compuestos, la aritmética modular, los números abundantes y la suma de divisores propios, ya que a partir de estos conceptos es que se genera el método que aquí es mostrado. En cuanto al método se puede decir, que se usa primero un procedimiento de exclusión e

inclusión para la generación de los grupos de números generadores de compuestos y para los generadores de números primos, respectivamente. En este método partiendo de la identificación de las congruencias de los números compuestos, se procede posteriormente a su exclusión, considerando dos conjuntos disjuntos que son los números primos y compuestos. Luego de identificar dichas congruencias y agrupar en una tabla de modularidades (o usar el triángulo aquí descrito) se llega a un conjunto de valores que se elimina, que es el de todos los números que conforman al triángulo, con lo cual, mientras se eliminan más filas, y se consideran los números naturales faltantes se logra quedar **solamente** con valores generadores de números primos hasta un valor elevado. Este método es muy simple, pues no aplica el estudio de primalidad, con lo cual se evita la cantidad de pruebas de división, es decir, se ahorra tiempo de procesamiento computacional en la determinación de primos, ya que esta solo se basa en una simple evaluación en la función $Pr = 2Np + 5$. Esto es fundamental para avanzar en forma definitiva en los números primos, ya que para probar la primalidad de un número de siete dígitos harían falta cerca de unas 1000 divisiones, para verificar la de un numero de 24 dígitos se necesitan cerca de 1 billón de divisiones, es decir, se estima siempre dividir hasta la raíz del número que se quiera probar que es primo, lo cual es complicado para las computadoras en cuanto a tiempo de verificación, ya que eso requiere mucho trabajo de la unidad lógico-aritmética de las computadoras y de procesamiento de información. En este método la necesidad de divisiones es cero, lo cual representa un avance muy grande en la búsqueda de los números primos, pues luego de la creación del triangulo hasta infinitas filas, lo que hace falta es tomar los números no presentes en el mismo y evaluarlos en la función $Pr = 2Np + 5$. Por lo antes mencionado en cuanto a lo que plantea este nuevo método se hace necesario presentar un conjunto de definiciones de temas que se consideran de interés para la comprensión del siguiente artículo, ya que el uso de dichas definiciones y la combinación de ideas es fundamental para la comprensión del mismo.

## 3 Números naturales

Según un estudio de Graña et al. (2009, p.21) “los números naturales son, tal como los conocemos, 1, 2, 3, 4, 5, entre otros. Es decir, que llamamos N al conjunto de los números naturales, estos son los números que se usan a diario para contar, lo que significa decir cuántos elementos tiene un conjunto. En cuanto al mismo tema, Jiménez et al. (2004, p.1) y Pérez Porto and Merino (2009, p.1) al hablar en relación a los números naturales dicen lo siguiente: “Los números naturales pertenecen al conjunto de los números enteros positivos: no tienen decimales, no son fraccionarios y se encuentran a la derecha del cero en la recta real. Son infinitos, ya que incluyen a todos los elementos de una sucesión (1, 2, 3, 4, 5. . . ). Sin embargo, los números naturales constituyen un conjunto cerrado para las operaciones de suma y multiplicación ya que, al operar con cualquiera de sus elementos, el resultado siempre será

un número natural. Esta propiedad de suma y de multiplicación es aprovechado en cuanto a las modularidades de los números compuestos.

## 4 Números primos y compuestos

Los números naturales puede decirse que están constituidos por el 1 (que por convenio, no es primo ni compuesto), un conjunto de números compuestos y otro conjunto de números primos. De esa forma se incluye a todos los números naturales.

$$\text{CONJUNTO} \quad N = \{1\} \cup \{\text{compuestos}\} \cup \{\text{primos}\}$$

Para Niven and Zuckerman (2004), Burton W. (1969, p.55) y Pérez (2022) un número primo es un número natural mayor que 1 que tiene únicamente dos divisores positivos distintos: él mismo y el 1. Sin embargo, se habla de los números compuestos cuando estos tienen otro divisor que es un primo entre 1 y el número, es decir, poseen un divisor entre 2 y n-1. Todo número compuesto tiene la propiedad de que pueden factorizarse. Graña et al. (2009) establecen que "Un número natural n es compuesto si y sólo si existe un primo p que divide a $n$ tal que $1 < \text{p} \leq \sqrt{n}$". De ello, se deduce que por lo mínimo es el producto de dos primos, los cuales son iguales cuando se trata de un número compuesto que es cuadrado y diferentes cuando no se trata de un número cuadrado. Jiménez et al. (2004) señalan que "La propiedad más importante de los números primos es la posibilidad de factorizar todo entero $n > 1$ como producto de ellos y la factorización resulta esencialmente única. Esta propiedad fue descubierta por los griegos hace más de dos milenios" (p. 46) según los estudios desarrollados por Gauss esa propiedad es lo que se conoce como teorema fundamental de la aritmética, la cual fue demostrada por El en su gran libro *Disquisitiones Aritmethicae* de 1801

## 5 Aritmética Modular

Según Gauss (1965), Zaragoza and Cipriano (2009, p. 25) e Include Poetry (2020) la aritmética modular puede ser construida matemáticamente mediante la relación de congruencia entre enteros, que es compatible con las operaciones en el anillo de enteros: suma y multiplicación. Para un determinado módulo n, ésta se define de la siguiente manera:

**Definición 1.** $a$ y $b$ se encuentran en la misma «clase de congruencia» módulo $n$, si ambos dejan el mismo resto si se dividen entre $n$, o, equivalentemente, si $a - b$ es un múltiplo de $n$.

Esta relación se puede expresar cómodamente utilizando la notación de Gauss:

$$a \equiv b \bmod (n)$$

Así se tiene, por ejemplo

$$63 \equiv 83 \bmod (10)$$

ya que ambos, 63 y 83 dejan el mismo resto (3) al dividir entre 10, o, equivalentemente, 63  83 es un múltiplo de 10. Se lee: «63 es congruente con 83, módulo 10», «en módulo 10, 63 y 83 son congruentes», o «63 y 83 son congruentes uno con otro, módulo 10». Considerar las modularidades de números permite agrupar muchos números en base a los restos que dejan respecto a un módulo (divisor) o tomando en cuenta que sean elementos de una sucesión con una determinada razón. Esta idea es muy similar a la que implementó Eratóstenes en su famosa criba. Por supuesto, si elimino un primer número que se que no es primo y se forma una sucesión puedo eliminar otros números sin problemas de que sean primos como en la criba. Eso hace que vaya implementando un proceso exclusivo, pero de una forma más general.

## 6 Números abundantes

Según Deléglise (1998, p.137-143) En matemáticas, un número abundante o número excesivo es un número $x$ para el cual $\sigma(x) > 2x$. Aquí $\sigma(x)$ es la función divisor, esto es, la suma de todos los divisores positivos de x, incluido el propio x. El valor $\sigma(x) - 2x$ es conocido como la abundancia de $x$. Una definición equivalente es que los divisores propios del número (todos los divisores excepto el propio número) sumen más que dicho número. Unos pocos de los primeros números abundantes son:

$$12, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 42, 48, 54, 56, 60, 66, 70, 72, 78, 80, 84, 88, 90, 96, 100, 102, \ldots \quad (1)$$

El autor mencionado señala que «A modo de ejemplo, se pueden estudiar los divisores propios de 24. Para el cual se obtiene que sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 cuya suma es 60 . Puesto que 60 es mayor que $2 \times 24 = 48$, el número 24 es abundante. Y su abundancia es $60 - 2 \times 24 = 12$».

## 7 Resultados

A continuación, se presentan un conjunto de aspectos relacionados con la forma en que se halló la función $Pr = 2Np + 5$ a partir de un estudio preliminar de la suma de divisores propios relacionado con los números primos, la forma en que la función ayuda aplicando ensayo y error a la determinación de estos importantes números y como a partir del uso de la creatividad matemática se llega a la consideración de modularidades de los números compuestos. Además, se presentan las características de dicho triángulo y 3 variantes del mismo con sus detalles, de lo cual se deduce un método sencillo de abordaje del problema de la generación de los números primos

que permite evidenciar que de todo esto surge una forma efectiva para la solución del problema de los números primos.

## 8 Una prueba o característica de primalidad

Al estudiar la suma de divisores propios (sdp) de números que es uno de los aspectos más interesantes de la teoría de números, ya que tiene relación con problemas como los números perfectos, los amigos, los cuasiperfectos, los casiperfectos y muchos problemas que esperan solución se pudo apreciar que hay un tipo de números que se caracterizan por tener abundancia 12. Estos números son tales que siempre para ellos se puede obtener:

$$sdp(n) = n + 12 \tag{2}$$

¿Pero cuales eran esos números con abundancia 12?
Los primeros de ellos son los números: $24, 30, 42, 66, 78, 102, 114, \ldots$, es decir, son números que pertenecen a la sucesión de números abundantes, antes indicada con (1). Ellos se caracterizan porque todos son productos de 6 por algún primo con excepción del $24 = 6 \cdot 4$. En tal sentido, puede escribirse $n = 6\text{Pr}$, donde Pr (primo) y puede expresarse ahora que:

$$sdp(6pr) = 6pr + 12 = 6(pr + 2) \text{ con } pr \geq 5 \tag{3}$$

Lo anterior es interesante pues, da una característica o prueba muy simple de primalidad que puede establecerse en base a tres enunciados

**Enunciado 1** *"Un número pr es primo si al hacer el producto* $6pr$ *se obtiene que su suma de divisores propios es* 6 *veces* $(pr + 2)$*, es decir,* $6(pr + 2)$*."*

**Enunciado 2** *También puede plantearse desde una perspectiva de los números compuestos en la forma siguiente:*
*"Si para un número mayor que 24 se obtiene que dicho número tiene abundancia 12 entonces dicho número es 6 veces un primo"*

**Enunciado 3** *Además, en base a su cantidad de divisores propios la primalidad puede establecerse de la siguiente forma:*
*"Si 6pr tiene 7 divisores, se dice que el número posee pr primo si al buscar sus divisores tomando de primero 1,2,3 y 6 que son los divisores del número 6, entonces el quinto divisor es el primo, el cual debe ser menor que el sexto y séptimo divisores"*

**Nota:** la única excepción a esta característica de primalidad la tiene el compuesto 9.

Para determinar la cantidad de divisores de un número se hace su descomposición en primos de manera que los números $6\text{pr} = 2^1 \cdot 3^1 \cdot \text{pr}^1$ donde se le suma 1 a cada exponente y se obtienen $2 \cdot 2 \cdot 2 - 1 = 7$ divisores propios. Para el caso del 9 cuando se va sustituyendo $6 \cdot 9 = 2 \cdot 3^3$ del cual se obtienen $2 \cdot 4 - 1 = 7$ divisores. A

continuación se presenta un programa donde se estudian los números que cumplen con ser de la forma $6pr$ y generar solo números primos

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main()
{
 long int i=1, sd, d, n;
 for ( i=5;  i<=1000; i++)
 {
  n=6*i;
   sd=1, d=2;
  while (d<n)
  {
  if(n%d==0)
  sd=sd+d;
  d=d+1;
  }
 if (sd==n+12)
printf("\n%ld, ",i);
 }
    return 0;
}
```

Al correr el programa de los números de abundancia 12 se obtiene lo siguiente:

5, 7, 9, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31,
37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79,
83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137,
139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193,
197, 199, 211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257,
263, 269, 271, 277, 281, 283, 293, 307, 311, 313, 317,
331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389,
397, 401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457,
461, 463, 467, 479, 487, 491, 499, 503, 509, 521, 523,
541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599, 601,
607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661,
673, 677, 683, 691, 701, 709, 719, 727, 733, 739, 743,
751, 757, 761, 769, 773, 787, 797, 809, 811, 821, 823,
827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887,
907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977,
983, 991, 997,

El lector puede apreciar la lista y verificar en efecto que el único número que incumple es el 9 por ser compuesto. Pero el resto de los valores son siempre números primos. La lista incluye los primos entre 5 y 1000

## 9 El origen de la función $Pr = 2Np + 5$

Como lo planteado para los primos según lo anterior se cumple desde $pr = 5$ podríamos establecer que los números primos surgirían para la expresión:

$$6pr = 30 + 12n, \quad \text{con pr} \geq 5 \tag{4}$$

ya que para $n = 0$ se obtendría $pr = 5$, para $n = 1$ surge $pr = 7$, para $n = 3$ surge $pr = 11$ y así sucesivamente para los primos.

Es evidente de lo anterior que al simplificar dicha expresión podemos obtener la ecuación

$$pr = 5 + 2n, \quad \text{con pr} \geq 5, \text{ pr es un número primo} \tag{5}$$

Esta ecuación (5) la podemos reescribir en la forma:

$$Pr = 2Np + 5 \tag{6}$$

donde Np: son los naturales que hacen que Pr sea primo Es decir, que se crea de la característica de primalidad una fórmula fácilmente evaluable, ya que es una función lineal

## 10 La evaluación de la función $Pr = 2Np + 5$ (L.G.N.P. Y T.G.N.C)

El lector puede apreciar que al evaluar en la función los números naturales hay algunos números que generan números primos, mientras que hay otros que generan números compuestos. En efecto, al evaluar la función se pueden obtener dos tablas, de las cuales la primera presenta los valores que dan como resultado números primos y la segunda posee el complemento de la primera, es decir, aquellos valores que dan como resultados números compuestos.

Tabla 1: Lista generadora de números primos (L.G.N.P)

| Np | 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 12 | 13 | 16 | 18 | 19 | 21 | 24 | 27 | 28 | 31 | 33 | 34 | 37 | 39 | 42 | 47 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Pr | 7 | 11 | 13 | 17 | 19 | 23 | 29 | 31 | 37 | 41 | 43 | 47 | 53 | 59 | 61 | 67 | 71 | 73 | 79 | 83 | 89 | 97 |

**Fuente:** elaboración propia de los autores

Tabla 2: Lista generadora de números compuestos (T.G.N.C)

| Nc | 2 | 5 | 8 | 10 | 11 | 14 | 15 | 17 | 20 | 22 | 23 | 25 | 26 | 29 | 30 | 32 | 35 | 36 | 38 | 40 | 41 | 43 | 44 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| comp | 9 | 15 | 21 | 25 | 27 | 33 | 35 | 39 | 45 | 49 | 51 | 55 | 57 | 63 | 65 | 69 | 75 | 77 | 81 | 85 | 87 | 91 | 93 |

**Fuente:** elaboración propia de los autores

Es fácil ver, que los dos conjuntos presentados en las tablas son disjuntos, es decir, su intersección es el vacío, por lo cual es imposible, que se cuele en la tabla 1 y 2 al hacer la expansión de las mismas algún número que incumpla con la primalidad o con la característica de número compuesto en cada tabla respectivamente.

## 11 La tabla de modularidades de números compuestos

Como se dice que hay una regularidad en los números compuestos según lo establecido teóricamente y se afirma que los números primos tienden al caos, al desorden o que los mismos son aleatorios entre los naturales y que los mismos no son fáciles de encontrar, todo ello motivó la idea de estudiar qué pasa con los números compuestos desde el punto de vista de sus modularidades procurando reunir en una tabla los valores presentes en la tabla 2.

Entonces de revisar la tabla es evidente que los valores de Nc posee la sucesión de valores $2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44$, es decir, posee la suceslón de números de la forma $3n + 2$ (desde $n = 0$ en adelante) o $3n - 1$ (desde $n = 1$ en adelante)

Otros valores que están en la tabla 2 son $5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, \ldots$, es decir, que la sucesión $5 + 5n$ (desde $n = 0$ en adelante) o $5n$ (desde $n = 1$ en adelante) pertenece a dicha tabla.

De forma similar los valores $8, 15, 22, 29, 36, 43$ pertenecen a la tabla, es decir, que la sucesión de la forma $8 + 7n$ (desde $n = 0$ en adelante) o $8n - 1$ (desde $n = 1$ en adelante) pertenece a la tabla.

Ahora bien, si tomamos la idea de que en los naturales se abarca desde $n = 1$ en adelante, tenemos las sucesiones:

$$\{2 + 3(n - 1)\} = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32, 35, 38, 41, 44, \ldots\} \quad (7)$$

$$\{5 + 5(n - 1)\} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, \ldots\} \quad (8)$$

$$\{8 + 7(n - 1)\} = \{8, 15, 22, 29, 36, 43, 50, 57, 64, 71, 78, 85, 82, 99 \ldots\} \quad (9)$$

Es obvio, que las sucesiones que siguen en la tabla son las que comienzan con los valores que siguen en la primera sucesión $2, 5, 8$, es decir, $11, 14, 17, 20, 23, \ldots$ y que siguen en la sucesión $3, 5, 7$, es decir,$9, 11, 13, 15, 17$ multiplicados por $(n - 1)$. Es decir, que en la tabla de modularidades se puede decir que en general van las sucesiones de la forma:

$$(3k-1)+(2k+1)(n-1)\,\text{con k} \geq 1, \quad n \geq 1 \tag{10}$$

En la tabla cada columna y fila poseen la misma sucesión como se muestra a continuación:

Tabla 3: Tabla de modularidades de números compuestos

| | $2+3n$ | $5+5n$ | $8+7n$ | $11+9n$ | $14+11n$ | $17+13n$ | $20+15n$ | $23+17n$ | $26+19n$ | $29+21n$ | $32+23n$ | $35+25n$ | $38+27n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n=0$ | 2 | 5 | 8 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 |
| $n=1$ | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 | 65 |
| $n=2$ | 8 | 15 | 22 | 29 | 36 | 43 | 50 | 57 | 64 | 71 | 78 | 85 | 92 |
| $n=3$ | 11 | 20 | 29 | 38 | 47 | 56 | 65 | 74 | 83 | 92 | 101 | 110 | 119 |
| $n=4$ | 14 | 25 | 36 | 47 | 58 | 69 | 80 | 91 | 102 | 113 | 124 | 135 | 146 |
| $n=5$ | 17 | 30 | 43 | 56 | 69 | 82 | 95 | 108 | 121 | 134 | 147 | 160 | 173 |
| $n=6$ | 20 | 35 | 50 | 65 | 80 | 95 | 110 | 125 | 140 | 155 | 170 | 185 | 200 |
| $n=7$ | 23 | 40 | 57 | 74 | 91 | 108 | 125 | 142 | 159 | 176 | 193 | 210 | 227 |
| $n=8$ | 26 | 45 | 64 | 83 | 102 | 121 | 140 | 159 | 178 | 197 | 216 | 235 | 254 |
| $n=9$ | 29 | 50 | 71 | 92 | 113 | 134 | 155 | 176 | 197 | 218 | 239 | 260 | 281 |
| $n=10$ | 32 | 55 | 78 | 101 | 124 | 147 | 170 | 193 | 216 | 239 | 262 | 285 | 308 |
| $n=11$ | 35 | 60 | 85 | 110 | 135 | 160 | 185 | 210 | 235 | 260 | 285 | 310 | 335 |
| $n=12$ | 38 | 65 | 92 | 119 | 146 | 173 | 200 | 227 | 254 | 281 | 308 | 335 | 362 |
| $n=13$ | 41 | 70 | 99 | 128 | 157 | 186 | 215 | 244 | 273 | 302 | 331 | 360 | 389 |

**Fuente:** elaboración propia de los autores

**Nota:** el lector puede comprobar que para ninguno de los valores mostrados en la tabla se obtienen números primos al evaluar en $Pr = 2Np + 5$.

Una forma de automatizar la tabla anterior lo constituye usar un programa de computación. A continuación, se presenta un programa en C donde se implementa la expresión indicada en (10) para generar la tabla de modularidades. Vea que en el `for` se implementa hasta $k \leq 25$, pero se pueden generar cientos y miles de columnas. Por supuesto en dicho caso se deben hacer ajustes de valores y tipos de datos para generar números de más de 20 dígitos en adelante. Al respecto un programador experimentado puede hacerles cambios importantes para ampliar el rango de generación de compuestos y en consecuencia programar la eliminación del mismo para determinar solo los números naturales, los cuales al sustituir en la función devuelvan imágenes primas.

Programa que genera valores de $n$ en $Pr = 2n + 5$ los cuales son siempre compuestos

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main()
{
long int v, k, n;
for (k=1; k<= 25; k++)
{
for (n=0; n<=25-k; n++)
{
v=(3*k-1)+(2*k+1)*n;/*expresion indicada en (10)*/
printf("%ld- ", v);/*instruccion de impresion de los valores*/
}
   printf("\n");
```

```
}
return 0;
}
```

Al correr el programa se obtiene la siguiente corrida:

```
2- 5- 8- 11- 14- 17- 20- 23- 26- 29- 32-35- 38- 41- 44- 47- 50- 53- 56- 59- 62- 65- 68- 71- 74-
5- 10 - 15- 20- 25- 30-35- 40- 45- 50- 55- 60- 65- 70- 75- 80- 85- 90- 95- 100- 105- 110- 115- 120-
8- 15- 22- 29- 36- 43- 50- 57- 64- 71- 78- 85- 92- 99- 106- 113- 120- 127- 134- 141- 148- 155- 162-
11- 20- 29- 38- 47- 56- 65- 74- 83- 92- 101- 110- 119- 128- 137- 146- 155- 164- 173- 182- 191- 200-
14- 25- 36- 47- 58- 69- 80- 91- 102- 113- 124- 135- 146- 157- 168- 179- 190- 201- 212- 223- 234-
17- 30- 43- 56- 69- 82- 95- 108- 121- 134- 147- 160- 173- 186- 199- 212- 225- 238- 251- 264-
20-35- 50- 65- 80- 95- 110- 125- 140- 155- 170- 185- 200- 215- 230- 245- 260- 275- 290 -
23- 40- 57- 74- 91- 108- 125- 142- 159- 176- 193- 210- 227- 244- 261- 278- 295- 312-
26- 45- 64- 83- 102- 121- 140- 159- 178- 197- 216- 235- 254- 273- 292-311-330-
29- 50- 71- 92- 113- 134- 155- 176- 197- 218- 239- 260- 281- 302-323- 344-
32- 55- 78- 101- 124- 147- 170- 193- 216- 239- 262- 285- 308-331-354-
35- 60- 85- 110 - 135- 160- 185- 210- 235- 260- 285- 310- 335- 360-
38- 65- 92- 119- 146- 173- 200- 227- 254- 281-308-335- 362-
41- 70- 99- 128- 157- 186- 215- 244- 273-302- 331- 360-
44- 75- 106- 137- 168- 199- 230- 261- 292- 323-354-
47- 80- 113- 146- 179- 212- 245- 278-311-344-
50- 85- 120- 155- 190- 225- 260- 295-330-
53- 90- 127- 164- 201- 238- 275-312-
56- 95- 134- 173- 212- 251- 290-
59- 100-141-182- 223- 264-
62-105- 148- 191- 234-
65- 110- 155- 200-
68- 115- 162-
71- 120-
74-
```

En el programa se trabaja con $k <= 25$ y $n <= 25 - k$, pero si se cambia dicho valor por 100000 se obtendrían 100000 filas de números, lo cual no se hace obviamente por lo finito del artículo, pero lo que puede ser fácilmente comprobado. De esa manera se llegaría a obtener una buena cantidad de elementos que una vez generado permitirían obtener una gran cantidad de números primos. Aquí solo se presenta una pequeña representación de la idea.

Al expresar la información de la tabla 3 en forma del triángulo debido a la simetría de las filas y columnas se obtiene el siguiente triángulo:

El lector puede apreciar que el triángulo anterior es el resultado de ir tomando las diagonales indicadas en la tabla 3 e irlas colocando como filas. Igualmente se puede apreciar que esto es una expansión de los valores presentados en tabla 2 que se puede extender hasta la enésima fila y columna si se piensa en la tabla o hasta la enésima fila si se usa la figura 1.

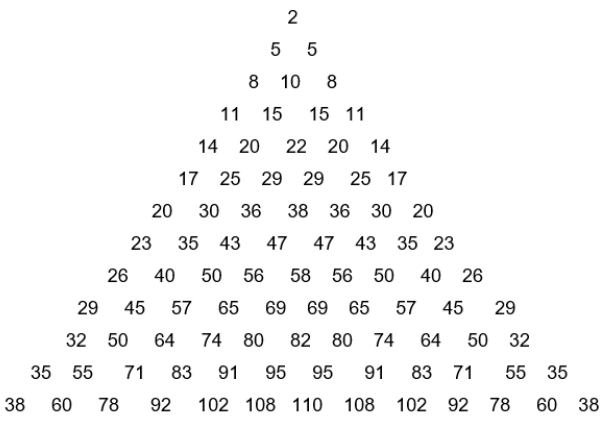


Fig. 1: Triángulos generadores de números compuestos
**Fuente:** elaboración propia de los autores

## 12 Discusión

### *12.1 Importancia del método*

Si se implementa el cálculo de la tabla 3 o de la figura 1 hasta un valor muy alto, lo cual es fácilmente calculable o programable, ya que significa seguir usando la expresión indicada en (9) sucesivamente con otros valores de k y de n con ello se logra tener una cantidad enorme de números, en los cuales solo se generan para la función $Pr = 2Np + 5$ usando dichos valores como $Np$ solamente números compuestos. Es evidente, que, si se toman todos los naturales desde 2 y se hace una exclusión de los valores de la tabla 3, entonces solo quedarían números de la L.G.N.P., es decir, solo quedarían valores que al evaluarlos en la función son generadores de números primos. La programación avanzada del método aquí planteado sería sumamente beneficiosa para la implementación de un método lleno de sencillez que evita el uso de los criterios de primalidad que hacen que el procesamiento de los datos computacionales sea lento y tienda a producir recalentamiento de la computadora. El hecho de hallar cada una de las sucesiones de (8) como una simple sustitución de $k$ y de $n$ como lo plantea el programa en C antes mostrado hace que los cálculos sean sumamente sencillos y los procesos de exclusión son también fácilmente programables.

## 13 Conclusión

La implementación de este método del triangulo generador de números compuestos constituye un planteamiento novedoso que evita tener que estar aplicando proce-

sos de programación donde se implemente la primalidad, que exige las divisiones sucesivas, lo cual a medida que el número a ser verificado aumenta en su cantidad de dígitos lleva a mayores exigencias para la computadora que sea usada para la determinación de los números primos, ya que aumenta a cada momento el tiempo de verificación de cada número. Esa cualidad de los primos es vencida en este trabajo y luego del descarte del triángulo generador de números compuestos queda solo la L.G.N.P. que solamente genera imágenes primas cuando sus componentes se evalúan en la función $Pr = 2Np + 5$.. Aparte de eso, la evaluación genera a los primos en el orden creciente, sin que se de ninguna excepción, es decir, que se obtienen todos los números primos desde el 5 en adelante. Esta característica del trabajo presentado permite apreciar que aunque ciertamente no hay un polinomio generador de todos los primos evaluando en todos los naturales como fue demostrado por Goldbach, es posible mediante la exclusión de ciertos números naturales, mediante la combinación de ideas (pensamiento divergente) relacionadas con funciones lineales, el uso de un triángulo tipo Pascal y la teoría de aritmética modular de Gauss hacer un combinación de ideas que resulta en un método práctico, fácilmente programable e incluso iterable a mano si se parte del hecho de que en cada cruz del triángulo la suma vertical excede en 2 a la suma horizontal. Todo ello resulta en un método novedoso, sumamente creativo e independiente de los criterios de primalidad y sin la exigencia de divisibilidad que son requeridos por muchos métodos previos y que sufren complicaciones cuando los números primos van creciendo en cuanto al número de dígitos que posea. Esta forma de trabajo permite poder ir desarrollando por descarte de los elementos del triangulo todos los números primos de una forma muy sencilla y que es imposible que se complique, lo cual con el uso de supercomputadoras como las que halló el último número perfecto de casi 50 millones de dígitos avanzar como nunca antes se ha logrado en la generación de números primos.

## References

Burton W., J. (1969). *Teoría de los números.* Biblioteca de matemática superior. Editorial Trillas., México D. F.

Deléglise, M. (1998). Límites para la densidad de números enteros abundantes. Matemáticasexperimentales. 7 (2): 137–143. CiteSeerX10.1.1.36.8272, ISSN 1058-6458 .Señor1677091 . Zbl 0923.11127 .

Graña, M., Jerónimo, G., and Ariel, P. (2009). *Los números: de los naturales a los complejos.(dirigido por juan Manuel Kirschenbaum).* Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación. Instituto Nacional de Educación Tecnológica, 1rt edition. 200 p.: il.; 24x19 cm. (Las ciencias naturales y la matemática / Juan Manuel Kirschenbaum.) ISBN 978-950-00-0748-1.

Include Poetry (2020). Aritmética modular. https://www.include-poetry.com/Code/C++/Matematicas/Teoria--numeros/Aritmetica-modular/.

Jiménez, R., Gordillo, E., and Rubiano, G. (2004). *Teoría de números para principiantes*. Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá'. Facultad de Ciencias, 2nd edition. Mathematics Subject Classification 2000. Edición en castellano. ISBN 958-701-372-7.

Niven and Zuckerman (2004). Introducción a la teoría de números. page 19. ISBN 968-18-069-7.

Pérez, M. (2022). Definición de número primo. https://conceptodefinicion.de/numero-primo/.

Pérez Porto, J. and Merino, M. (2009). Definición de números naturales. https://definicion.de/numeros-naturales/.

Zaragoza, S. and Cipriano, A. (2009). *Teoría de Números*. Visión Libros, 1ra edition. 156 páginas. Dimensiones: 23x17 cm. Idioma Español. ISBN9788498864601.